

Calculer avec des racines carrées...

Le minimum à savoir : les quatre formules du cours.

1 : Pour tout nombre $a \geq 0$: $(\sqrt{a})^2 = a$

(c'est la définition : $\sqrt{a}$ est le nombre positif qui, élevé au carré, donne a)

2 : Pour tous nombres $a \geq 0$ et $b \geq 0$: $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

(le produit des racines carrées est égal à la racine carrée du produit)

3 : Pour tout nombre $a \geq 0$: $\sqrt{a^2} = a$

(c'est une conséquence des deux formules précédentes)

4 : Pour tous nombres $a \geq 0$ et $b > 0$: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

(le quotient des racines carrées est égal à la racine carrée du quotient)

Les techniques les plus utiles dans les exercices.

La plus courante (à essayer avant les autres...) : décomposer, si possible, le nombre sous la racine carrée **en un produit faisant apparaître des carrés**.

Pour cela, il peut être utile de connaître la liste des premiers carrés : **1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ; 49 ; 64 ; 81 ; 100**

Exemples : $\sqrt{72} = \sqrt{2 \times 36} = \sqrt{2 \times 6^2}$ on peut alors écrire : $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

Pourquoi ? Il suffit de détailler un peu : $\sqrt{2 \times 6^2} = \sqrt{2} \times \sqrt{6^2} = \sqrt{2} \times 6 = 6 \times \sqrt{2}$

Formule n° 2 Formule n° 3

De la même façon : $\sqrt{180} = \sqrt{20 \times 9} = \sqrt{4 \times 5 \times 9} = \sqrt{2^2 \times 5 \times 3^2} = 2 \times 3 \times \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

En simplifiant au maximum toutes les racines carrées présentes dans un calcul avec cette méthode, des simplifications apparaissent toujours...

Exemples :

$$A = 4\sqrt{18} + \sqrt{72} - \sqrt{50}$$

$$A = 4\sqrt{3^2 \times 2} + \sqrt{6^2 \times 2} - \sqrt{5^2 \times 2}$$

$$A = 4 \times 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$$

$$A = 12\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$$

$$A = (12+6-5)\sqrt{2}$$

$$A = 13\sqrt{2}$$

$$B = 7\sqrt{15} \times 2\sqrt{35} \times \sqrt{3}$$

$$B = 7 \times 2\sqrt{15 \times 35 \times 3}$$

$$B = 14\sqrt{3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 3}$$

$$B = 14\sqrt{3^2 \times 5^2 \times 7}$$

$$B = 14 \times 3 \times 5\sqrt{7}$$

$$B = 210\sqrt{7}$$

Autres techniques (lorsque la première ne marche pas : cas où le nombre sous la racine carrée ne se décompose pas par exemple...) : il s'agit encore d'utiliser les formules 2 et 4 du début, il n'y a rien d'autre pour tenter de débloquer la situation !

Exemples : $A = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{7}}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6 \times 7}}{\sqrt{2 \times 3}} = \sqrt{\frac{6 \times 7}{2 \times 3}} = \sqrt{\frac{6 \times 7}{6}} = \sqrt{7}$

$$B = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \times \sqrt{\frac{35}{12}} = \sqrt{\frac{3}{7}} \times \sqrt{\frac{35}{12}} = \sqrt{\frac{3}{7} \times \frac{35}{12}} = \sqrt{\frac{\cancel{3} \times 5 \times \cancel{7}}{\cancel{7} \times \cancel{3} \times 4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Enfin, il est souvent utile pour simplifier un calcul de « se débarrasser » des racines carrées situées au dénominateur d’une fraction.

Une multiplication du numérateur et du dénominateur par cette même racine carrée suffit souvent :

Exemples : $\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2 \times \sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\cancel{2} \times \sqrt{2}}{\cancel{2}} = \sqrt{2}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Exercice 1 : Calculer :

$\sqrt{4} =$	$\sqrt{25} =$	$\sqrt{100} =$	$\sqrt{49} =$
$\sqrt{5^2} =$	$\sqrt{(-7)^2} =$	$(2\sqrt{3})^2 =$	$(5\sqrt{7})^2 =$

Exercice 2 : Donner la valeur exacte des calculs suivants :

$\sqrt{5} \times \sqrt{7}$	$7\sqrt{5} \times 4\sqrt{3}$	$-\sqrt{3} \times \sqrt{10}$	$-3\sqrt{7} \times 4\sqrt{2}$
=	=	=	=
=	=	=	=

Exercice 3 : Ecrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est le plus petit possible. **Détailler les étapes du calcul.**

$N = \sqrt{45} =$	$P = \sqrt{27} =$
-------------------	-------------------

$A = \sqrt{24} - \sqrt{54} + 3\sqrt{600}$ A =	$B = \sqrt{14} \times \sqrt{35} \times \sqrt{22}$ B =
--	--

$G = \sqrt{75} + \sqrt{27}$	$H = 7\sqrt{63} - 3\sqrt{28} + \sqrt{7}$	$I = \sqrt{50} + 2\sqrt{18}$	$J = 2\sqrt{24} - 4\sqrt{54}$
-----------------------------	--	------------------------------	-------------------------------

Exercice 4 : Simplifier les calculs suivants en détaillant les étapes.

$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}} =$	$\sqrt{\frac{70}{9}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} =$
--------------------------------	--