

Chapitre ... : Puissances

Objectifs du chapitre : tout ce que tu dois savoir et savoir faire à la fin de ce chapitre :	Pour t'aider à réviser le contrôle :
Je calcule avec des puissances de 10	
• Connaître et utiliser les puissances de 10.	50p131 + 53p131 + 51p131 ; 56p131 + 57p131 + 59p131 + 61p131 + 62p132
• Utiliser les préfixes pour résoudre des problèmes	71p132 + 73p132 + 74p132 + 98p135
J'utilise la notation scientifique.	
• connaître définition de la notation scientifique.	64p132 + leçon
• Savoir écrire un nombre décimal en écriture scientifique.	65p132
• Utiliser la notation scientifique pour résoudre des problèmes	66p132 + 68p132 + 90p134 + 96p135 + 46p130 + 58p131 + 59p131 + 97p135 + 92p135
Je connais et j'utilise la notation puissance	
• Connaître les puissances d'exposants positifs	

1. Les puissances de 10 :

La notation puissance va prendre tout son intérêt dans l'écriture de certains nombres. On va pouvoir utiliser cette notation afin d'écrire de très grands nombres ou de très petits nombres, et ainsi pouvoir écrire plus facilement les distances entre des planètes, ou la taille de molécules ou d'atomes, etc... [Voir vidéo d'introduction](#)

1.1. Exposants positifs :

Définitions : Soit n un entier supérieur ou égal à 1

- $10^n = \underbrace{10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs } 10}$ et s'écrit donc $\underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$
- Cas particuliers : $10^1 = 10$ et par convention, $10^0 = 1$.

Exemples : $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$; $10^4 = 10\,000$

$$10^5 \times 10^3 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^8 \quad ; \quad 10^{41} \times 10^{16} = 10^{41+16} = 10^{57} ;$$

$$(10^2)^3 = (10 \times 10)^3 = (10 \times 10) \times (10 \times 10) \times (10 \times 10) = 10^6 \quad ; \quad (10^4)^8 = 10^{4 \times 8} = 10^{32}$$

$$\frac{10^7}{10^5} = \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = 10 \times 10 = 10^2 \quad ; \quad \frac{10^{12}}{10^8} = 10^{12-8} = 10^4$$

On ajoute les puissances

On multiplie les puissances

On soustrait les puissances

1.2. Exposants négatifs :

Définition : Soit n un entier supérieur ou égal à 1

L'inverse du nombre 10^n se note 10^{-n} , et on a ainsi . $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$ Et s'écrit donc $\underbrace{0,0 \dots 01}_{n \text{ zéros}}$

Exemples :

$$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{10\,000} = 0,0001 \quad ; \quad 10^{-6} = 0,000001$$

$$10^{15} \times 10^{-7} = \frac{10^{15}}{10^7} = 10^{15-7} = 10^8$$

On ajoute les puissances de départ $15 + (-7) = 15 - 7 = 8$

$$\frac{10^7}{10^{-5}} = 10^7 \times 10^5 = 10^{7+5} = 10^{12}$$

On soustrait les puissances de départ $7 - (-5) = 7 + 5 = 12$

On multiplie les Puissances de départ

$$(10^5)^{-7} = \frac{1}{(10^5)^7} = \frac{1}{10^{5 \times 7}} = \frac{1}{10^{35}} = 10^{-35}$$

1.3. Préfixes :

On peut utiliser certains préfixes pour simplifier les noms et écritures des puissances de 10. Nous en utilisons régulièrement dans notre vie quotidienne.

Puissances de 10	Préfixes	Symboles
10^9	giga	G
10^6	méga	M
10^3	kilo	k
$10^0 = 1$	unité	
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n

Exemples :

$$5 \text{ kilogramme} = 5 \text{ kg} = 5 \times 10^3 \text{ g} = 5000 \text{ g.}$$

$$37 \text{ micromètres} = 37 \mu = 37 \times 10^{-6} \text{ m} = 0,000037 \text{ m}$$

1.4. Calculs avec des puissances de 10 :

- Pour multiplier un nombre décimal par 10^n (n étant un entier positif) on décale la virgule de n rangs vers la droite.
- Pour multiplier un nombre décimal par 10^{-n} (n étant un entier positif) on décale la virgule de n rangs vers la gauche.

Exemples :

$$25,1 \times 10^5 = 2510\,000 \quad . \text{ La virgule est décalée de 5 rangs vers la droite.}$$

$$25,1 \times 10^{-5} = 0,000251 \quad . \text{ La virgule est décalée de 5 rangs vers la gauche.}$$

2. Notation scientifique

2.1. Définition

Définition : La notation scientifique d'un nombre décimal différent de 0 est la seule écriture de la forme $a \times 10^n$, où

- a est un nombre écrit avec un seul chiffre, autre que 0, avant la virgule ;
- n est un nombre entier relatif.

Exemples :

$G=1\,250$ $G=1,250 \times 1\,000$ $G=1,25 \times 10^3$	$H=0,000\,003\,452$ $H=3,452 \times 10^{-6}$	$I=234 \times 10^5$ $I=2,34 \times 10^2 \times 10^5$ $I=2,34 \times 10^7$
---	---	---

2.2. Comparer deux nombres en écriture scientifique

Règle : Pour comparer deux nombres en notation scientifique, on compare d'abord leur signes. S'ils sont de même signe, on peut comparer leurs ordres de grandeur à l'aide des exposants de leur puissance de 10 (n). En cas d'égalité des exposants, on compare alors a .

Exemple :

1. Comparer $A=1,7 \times 10^{30}$ et $B=2,5 \times 10^{29}$. L'ordre de grandeur de A est 10^{30} alors que l'ordre de grandeur de B est 10^{29} . Donc $A > B$
2. Comparer $C=32,4 \times 10^{39}$ et $D=3,1 \times 10^{40}$. La notation scientifique de C est $C=3,24 \times 10 \times 10^{39}=3,24 \times 10^{40}$
 C et D ont le même ordre de grandeur. Or $3,24 > 3,1$ donc $C > D$.

3. Généralisation aux puissances de base quelconque d'exposants positifs :

Il n'y aura pas d'exercices dans le PDT dessus, car sera refait en 3ème avec les puissances négatives en plus, donc faire les exemples du cours comme des exercices pour bien les comprendre.

Définitions : Soit n un entier supérieur ou égal à 1 et a un nombre réel non nul.

- On appelle a exposant n ou a puissance n le nombre noté a^n défini par :

$$a^n = \underbrace{a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs } a}$$

- Cas particuliers : $a^1 = a$ et par convention, $a^0 = 1$.

Exemples :

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$$

$$\left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \left(-\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{16}{25}$$

$$7^2 = 7 \times 7 = 49$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$$

$$2018^1 = 2018$$

$$1933^0 = 1$$

Cas particuliers : a^2 se lit également « a au carré » et a^3 se lit « a au cube »

Attention : $(-2)^4 \neq -2^4$

En effet $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$ et $-2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2 = -16$

3.1. Règles de priorité

Propriétés : Pour calculer une expression, on effectue dans l'ordre :

- les calculs placés entre () puis entre [] (on commence par les () les plus à l'intérieur)
- les puissances
- les multiplications et divisions
- les additions et soustractions

(compléter ce qu'il manque dans le porte-vues)

Exemples :

$$A = 12 - 7^3 \times 5$$

$$A = 12 - 343 \times 5$$

$$A = 12 - 1715$$

$$A = -1703$$

$$B = 18 + (7 - 11)^2$$

$$B = 18 + (-4)^2$$

$$B = 18 + 16$$

$$B = 34$$

$$C = 175 - 7^2 + 2^3$$

$$C = 175 - 49 + 8$$

$$C = 126 + 8$$

$$C = 134$$