

CONVERTIR DES GRANDEURS

Unités simples

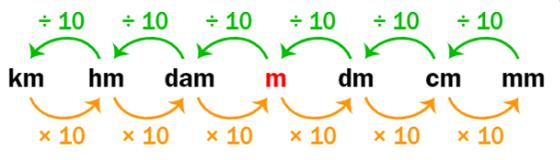
Préfixes

- giga** → milliard
- méga** → million
- kilo** → mille
- hecto** → cent
- déca** → dix
- déci** → dixième
- centi** → centième
- milli** → millième
- micro** → millionième
- nano** → milliardième

Exemples

- 1 Go = 10^9 octets
- 1 mégapixel = 10^6 pixels
- 1 kg = 10^3 grammes
- 1 hL = 10^2 litres
- 1 dam = **10** mètres
- 1 dB = 10^{-1} bel
- 1 cL = 10^{-2} litre
- 1 mg = 10^{-3} gramme
- 1 μ s = 10^{-6} seconde
- 1 nm = 10^{-9} mètre

Exemple des longueurs



Exemples : • 45 dam = 45 ÷ 10 hm = 4,5 hm
 • 3 m = 3 × 10 dm = 30 dm

Durée

1 h = 60 min

h	1	2,5	1,4	0,7	(× 60)
min	60	150	84	42	

Exemples : • 1 h 24 min = 84 min = 1,4 h
 • 3,7 h = 3 h + 0,7 h = 3 h 42 min

Vitesse

Camille Muffat, médaille d'or du 400 m nage libre aux JO 2012, en 4 min 1 s 45".
 Ordre de grandeur de sa vitesse en km/h :

$$\frac{400 \text{ m}}{4 \text{ min}} = \frac{100 \text{ m}}{1 \text{ min}} = \frac{6\,000 \text{ m}}{60 \text{ min}} = \frac{6 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 6 \text{ km/h}$$

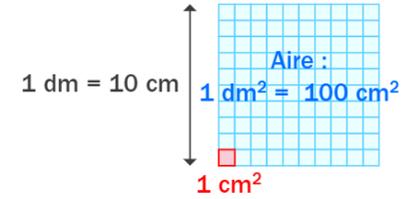
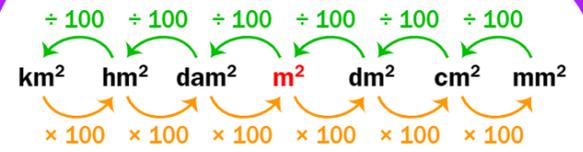
Masse volumique

Convertir 2,8 kg/m³ en g/L :

$$2,8 \text{ kg/m}^3 = \frac{2,8 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} = \frac{2\,800 \text{ g}}{1\,000 \text{ dm}^3} = \frac{2,8 \text{ g}}{1 \text{ dm}^3} = \frac{2,8 \text{ g}}{1 \text{ L}} = 2,8 \text{ g/L}$$

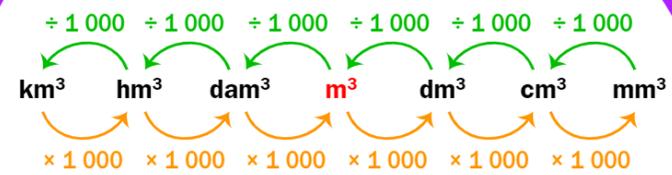
Grandeurs produits

Unités d'aires

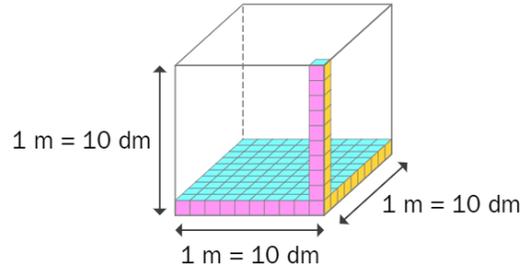


Exemples : • 45 dam² = 45 ÷ 100 hm² = 0,45 hm²
 • 3 m² = 3 × 100 dm² = 300 dm²

Unités de volumes



$$1 \text{ m}^3 = 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} = 1\,000 \text{ dm}^3$$



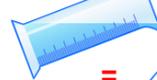
Exemples : • 45 dam³ = 45 ÷ 1 000 hm³ = 0,045 hm³
 • 3 m³ = 3 × 1 000 dm³ = 3 000 dm³

Grandeurs quotients

Capacité

contenance :

1 L



volume du cube : 1 dm³

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$$

LES NOMBRES DÉCIMAUX

Définition

Un **nombre décimal** est une autre écriture d'une **fraction décimale** (dont le dénominateur est 10 ou 100 ou 1 000, etc.)

Exemples

- $\frac{35}{10} = 3,5$ est un nombre décimal.
- $\frac{140}{10} = 14$ est un nombre décimal.

Un **nombre décimal** est une autre écriture d'une **fraction** égale à une **fraction décimale**.

Exemples

- $\frac{7}{2}$ est un nombre décimal car $\frac{7}{2} = \frac{35}{10} = 3,5$.
- $\frac{70}{5}$ est un nombre décimal car $\frac{70}{5} = \frac{140}{10} = 14$.

Tableau de numération

Partie entière										
Unités de mille	Centaines	Dizaines	Unités	,	Dixièmes	Centièmes	Millièmes			
$\times 1\ 000$	$\times 100$	$\times 10$	$\times 1$,	$\times \frac{1}{10}$	$\times \frac{1}{100}$	$\times \frac{1}{1\ 000}$			
		2	5	,	3	0	8			

Comparer deux nombres

C'est trouver le plus grand et le plus petit (ou déterminer qu'ils sont égaux).

Exemples

- $12,16 < 12,3$
- $12,3 = 12,30$
- $12,58 > 12,508$

Intercaler

C'est trouver un nombre décimal compris entre deux nombres donnés. On peut **toujours** intercaler un nombre **entre deux nombres décimaux**.

Exemples

- $14 < 14,2 < 15$
- $14,1 < 14,15 < 14,2$
- $14,1 < 14,13 < 14,15$

Ordre

Encadrer

C'est trouver deux nombres, un plus grand et un plus petit que le nombre donné.

- **Encadrement à l'unité** : on cherche deux nombres entiers consécutifs.
- **Encadrement au dixième** : on cherche deux nombres dont la différence est égale à un dixième.

Exemples

- Encadrer 14,675 à l'unité : $14 < 14,675 < 15$

arrondi à l'unité
par défaut de 14,675

arrondi à l'unité
par excès de 14,675

- Encadrer 97,43 au millième : $97,430 \leq 97,43 < 97,431$

arrondi au millième
par défaut de 97,43

arrondi au millième
par excès de 97,43

Différentes écritures

- **Écriture décimale** : **25,308**.
- **25,308** = 25 unités et 308 millièmes.
- **Fraction décimale** : **25,308** = $\frac{25\ 308}{1\ 000}$

• **Décomposition** :

$$25,308 = 25 + \frac{308}{1\ 000}$$

$$25,308 = 2 \times 10 + 5 \times 1 + \frac{3}{10} + \frac{8}{1\ 000}$$

Partie entière, partie décimale

- **25** est la partie entière de **25,308**.
- $\frac{308}{1\ 000} = \frac{3}{10} + \frac{8}{1\ 000} = 0,308$ est la **partie décimale** de **25,308**.

LES FRACTIONS

Vocabulaire

La fraction $\frac{10}{3}$ est le résultat exact de la division $10 \div 3$.

$$\begin{array}{c} \text{quotient} \\ \text{de } 10 \text{ par } 3 \end{array} \quad \text{fraction} \quad \begin{array}{c} \text{numérateur} \\ \text{dénominateur} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 10 \\ \div \\ 3 \end{array} = \frac{10}{3}$$

↑ ↑ ↑
 dividende diviseur

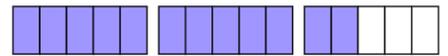
• Représenter $\frac{3}{5}$.

L'unité est partagée en 5 parts égales. On en prend 3.



• Représenter $\frac{12}{5}$.

L'unité est partagée en 5 parts égales. On en prend 12, soit 2 unités plus $\frac{2}{5}$.



Représentation

Fractions et nombres entiers

- Si le numérateur est un **multiple** du dénominateur, la fraction est égale à un **nombre entier**.
- Sinon, on peut **encadrer** la fraction par **deux entiers consécutifs**.

Exemples

$\frac{35}{7} = 35 \div 7 = 5$
 $\frac{39}{7} = 39 \div 7 \approx 5$ et il reste $\frac{4}{7}$.
 $\frac{39}{7} = \frac{35}{7} + \frac{4}{7} = 5 + \frac{4}{7}$. Donc $5 < \frac{39}{7} < 6$.

Par rapport à 1

- $\frac{3}{8} < 1$ car $3 < 8$.
- $\frac{3}{3} = \frac{8}{8} = \frac{a}{a} = 1$
- $\frac{8}{3} > 1$ car $8 > 3$.

De deux fractions

• **Même dénominateur** : $\frac{5}{7} < \frac{6}{7}$ car $5 < 6$.



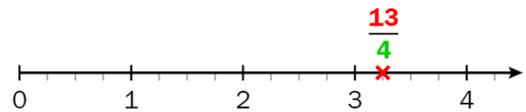
• **Même numérateur** : $\frac{4}{5} > \frac{4}{6}$ car $5 < 6$.



Comparaison

Repérage

Sur une droite graduée



$\frac{13}{4} = \frac{12 + 1}{4} = 3 + \frac{1}{4}$

L'unité est partagée en 4 parts égales.

Définition

Une **fraction décimale** a son dénominateur égal à 10 ou 100 ou 1 000, etc.

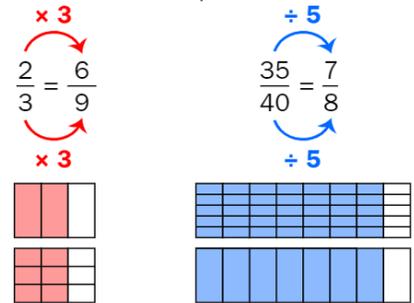
Exemple

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 6 \div 10 = 0,6$$

↑ ↑ ↑
 fraction fraction décimale écriture décimale

Deux fractions sont **égales** si on peut passer de l'une à l'autre en **multipliant** (ou en **divisant**) le numérateur et le dénominateur par un **même nombre** différent de zéro.

Exemples



Fractions égales

Fractions à connaître

un demi = $\frac{1}{2} = 0,5$ 	un tiers = $\frac{1}{3} \approx 0,33$ 	un quart = $\frac{1}{4} = 0,25$
un cinquième = $\frac{1}{5} = 0,2$ 	un dixième = $\frac{1}{10} = 0,1$ 	un centième = $\frac{1}{100} = 0,01$

OPÉRER SUR LES FRACTIONS

Un **dénominateur commun** est obtenu en utilisant la règle des fractions égales.

Exemple : $\frac{4}{5} + \frac{1}{15} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} + \frac{1}{15} = \frac{12}{15} + \frac{1}{15}$

Fractions avec un même dénominateur

Fractions avec des dénominateurs différents

Additionner



- Le **numérateur** est la somme des numérateurs.
- Le **dénominateur** est le dénominateur commun.

Exemple : $\frac{7}{3} + \frac{4}{3} = \frac{7+4}{3} = \frac{11}{3}$

- Le **numérateur** est le produit des numérateurs.
- Le **dénominateur** est le produit des dénominateurs.

Exemple : $\frac{7}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{7 \times 5}{3 \times 2} = \frac{35}{6}$

Multiplier



Soustraire



Fractions avec un même dénominateur

Fractions avec des dénominateurs différents

Un **dénominateur commun** est obtenu en utilisant la règle des fractions égales.

Exemple : $\frac{3}{14} - \frac{1}{7} = \frac{3}{14} - \frac{1 \times 2}{7 \times 2} = \frac{3}{14} - \frac{2}{14}$

- Le **numérateur** est la différence des deux numérateurs.
- Le **dénominateur** est le dénominateur commun.

Exemple : $\frac{4}{3} - \frac{9}{3} = \frac{4-9}{3} = \frac{-5}{3}$

Diviser, c'est **multiplier par l'inverse**.

Exemple : $\frac{7}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{7}{3} \times \frac{5}{2}$

Diviser



- Le **signe** est le signe commun.
- La **distance à zéro** est la somme des distances à zéro.

Exemples :

- $(+3) + (+6,5) = (+9,5)$
- $(-11) + (-29) = (-40)$

- Le **signe** est le signe du plus éloigné de zéro.
- La **distance à zéro** est l'écart des distances à zéro.

Exemples :

- $(+8) + (-11,5) = (-3,5)$
- $(+11,5) + (-8) = (+3,5)$
- $(-7) + (+3,2) = (-3,8)$

Nombres de même signe

Nombres de signes différents

- Nombre **pair** de « facteurs » négatifs → **positif**.
- Nombre **impair** de « facteurs » négatifs → **négatif**.

Règle des signes

Additionner

OPÉRER SUR LES RELATIFS

Soustraire

Diviser

- Le **signe** est déterminé par la règle des signes.
- La **distance à zéro** est le produit des distances à zéro.

Exemples :

- $(+2) \times (+8) = (+16)$
- $(-7) \times (+6) = (-42)$
- $(-2) \times (-6) \times (+5) \times (-3) = (-180)$

Soustraire, c'est **additionner l'opposé**.

Exemples :

- $(+3) - (-6,5) = (+3) + (+6,5)$
- $(+8) - (+11,5) = (+8) + (-11,5)$

- Le **signe** est déterminé par la règle des signes.
- La **distance à zéro** est le quotient des distances à zéro.

Exemples :

- $(-63) \div (-9) = (+7)$
- $(+100) \div (-25) = (-4)$

DÉCOUVRIR LES PUISSANCES

Exposant positif

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}} \quad \text{avec } a : \text{ nombre} \\ n : \text{ nombre entier positif.}$$

Exemples

$$\cdot 3^4 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{4 \text{ fois}} = 81$$

$$\cdot 10^8 = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{8 \text{ fois}} = \underbrace{100\ 000\ 000}_{8 \text{ zéros}}$$

Définitions

Exposant négatif

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}} \quad \text{avec } a : \text{ nombre} \\ n : \text{ nombre entier positif.}$$

Exemples

$$\cdot 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{\underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{6 \text{ fois}}} = \frac{1}{64} = 0,015\ 625$$

$$\cdot 10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{5 \text{ fois}}} = \frac{1}{100\ 000} = 0,000\ 01$$

Cas particuliers

$$a^1 = a \quad a^0 = 1 \quad a^{-1} = \frac{1}{a} \\ 1^n = 1 \quad 0^n = 0$$

Propriétés

- **Produit :** $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- **Quotient :** $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- **Inverse :** $a^n \times a^{-n} = 1$ donc $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$
- **Puissance :** $(a^n)^m = a^{n \times m}$

Exemples

$$15^4 \times 15^3 = 15^{4+3} = 15^7$$

$$\frac{8^3}{8^4} = 8^{3-4} = 8^{-1}$$

$$\frac{1}{4^{-3}} = 4^3 \quad \text{et} \quad \frac{1}{5^2} = 5^{-2}$$

$$(3^2)^5 = 3^{2 \times 5} = 3^{10}$$

Écriture scientifique

Elle permet d'évaluer un **ordre de grandeur**.
Elle est de la forme $a \times 10^n$.

avec a : nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$
 n : nombre entier relatif.

- Exemples :
- $A = 4\ 320 = 4,32 \times 10^3$
 - $B = 0,071 = 7,1 \times 10^{-2}$

Préfixes

Exemples

giga → milliard

méga → million

kilo → mille

hecto → cent

déca → dix

déci → dixième

centi → centième

milli → millième

micro → millionième

nano → milliardième

1 Go = 10^9 octets

1 mégapixel = 10^6 pixels

1 kg = 10^3 grammes

1 hL = 10^2 litres

1 dam = 10 mètres

1 dB = 10^{-1} bel

1 cL = 10^{-2} litre

1 mg = 10^{-3} gramme

1 μ s = 10^{-6} seconde

1 nm = 10^{-9} mètre

ARITHMÉTIQUE

Critères de divisibilité

Par 2, 5 ou 10

Un entier est divisible :

- **par 2**, s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8 (c'est un nombre pair) ;
- **par 5**, s'il se termine par 0 ou 5 ;
- **par 10**, s'il se termine par 0.

Par 3 ou 9

Un entier est divisible :

- **par 3**, si la somme de ses chiffres est un multiple de 3 ;
- **par 9**, si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Par 4

Un entier est divisible **par 4** si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est un multiple de 4.

Nombres premiers

Crible d'Ératosthène

Il permet de trouver les nombres premiers.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Les nombres entourés sont premiers.

Diviseurs et multiples

Vocabulaire

Le reste de la division euclidienne de 51 par 3 ou par 17 est **nul**.

- 17 et 3 sont des **diviseurs** de 51.
- 51 est un **multiple** de 3 et 17.
- 51 est **divisible** par 3 et 17.

Division euclidienne

dividende	1	9	6		5	diviseur
	-	1	5			39
		0	4	6		
		-	4	5		
reste			0	1		

Le dividende, le diviseur, le quotient et le reste sont des nombres entiers.

- **dividende** = (**diviseur** × **quotient**) + **reste**
- **reste** < **diviseur**

Diviseur commun

Un diviseur commun à deux entiers divise à la fois les deux entiers.

Exemples

3, 7 et 21 sont des diviseurs communs à 84 et 315.

Décomposition

Un nombre entier peut se décomposer en produit de facteurs premiers.

- Exemples :
- 84 = 2 × 2 × 3 × 7
 - 315 = 3 × 3 × 5 × 7

Fraction irréductible

C'est une fraction qu'on ne peut plus simplifier.

Exemple : $\frac{84}{315} = \frac{2 \times 2 \times \cancel{3} \times \cancel{7}}{\cancel{3} \times 3 \times 5 \times \cancel{7}} = \frac{4}{15}$

DEVELOPPEMENT

Edité par
Nathalie Gillet

x (.....)

le facteur est 5

simple distributivité

$$5 \times (3y - 2)$$

$$= 15y - 10$$

Les facteurs sont 5 et 2y

double distributivité

$$(5 + 2y) \times (3y - 2)$$

$$= 15y - 10 + 6y^2 - 4y$$

+ (.....)

$$5y + (3y - 2)$$

$$= 5y + 3y - 2$$

ON RECOPIE SANS CHANGER LES SIGNES

- (.....)

$$5y - (3y - 2)$$

$$= 5y - 3y + 2$$

ON CHANGE LES SIGNES

"ENLEVER" LES PARENTHÈSES

IDENTITES REMARQUABLES

FORMULES

EXEMPLES

$$(A + B)^2 = A^2 + 2 \times A \times B + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2 \times A \times B + B^2$$

$$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$$

EXEMPLES

$$(2x + 3)^2 = 2x^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2$$

$$= 4x^2 + 12x + 9$$

PRIORITES DE CALCUL

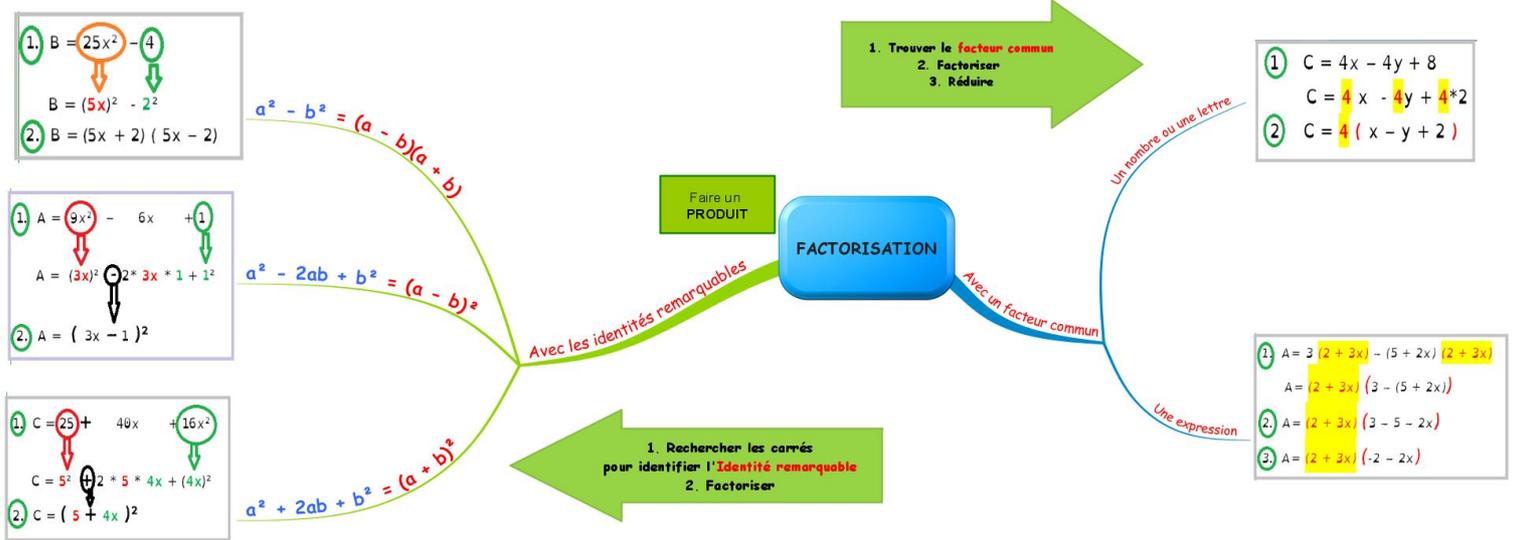
1. Les distributivités ou les identités

$$(5 + 2x) \times (3x - 2) - (2x + 3)^2$$

$$= 15x - 10 + 6x^2 - 4x - (4x^2 + 12x + 9)$$

$$= 15x - 10 + 6x^2 - 4x - 4x^2 - 12x - 9$$

2. Les + et - devant les parenthèses



Un tableau de valeurs permet de **trier** des données collectées.

Exemple

Durée moyenne des activités d'un collégien par jour

Activité	Durée (en h)
Sommeil	8
Collège	6
Repas	3
Devoirs	2
Trajets	1
Ordinateur/télévision	2
Autres loisirs	2

Diagramme en bâtons

- Représente la **répartition des données**.
- La **hauteur** de chaque bâton est proportionnelle à l'effectif correspondant.

Exemple

Durée moyenne des activités d'un collégien par jour

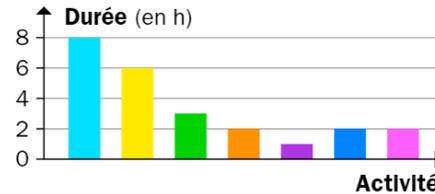


Diagramme circulaire

- L'**angle** de chaque secteur est proportionnel à l'effectif correspondant.
- La **somme** des angles est **360°**.

Exemple

Durée moyenne des activités d'un collégien par jour

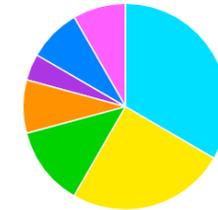


Diagramme semi-circulaire

- L'**angle** de chaque secteur est proportionnel à l'effectif correspondant.
- La **somme** des angles est **180°**.

Exemple

Durée moyenne des activités d'un collégien par jour



Diagramme en bandes

La **longueur** de chaque bande est proportionnelle à l'effectif correspondant.

Exemple

Durée moyenne des activités d'un collégien par jour



ORGANISER DES DONNÉES

Tableau de valeurs

Diagrammes

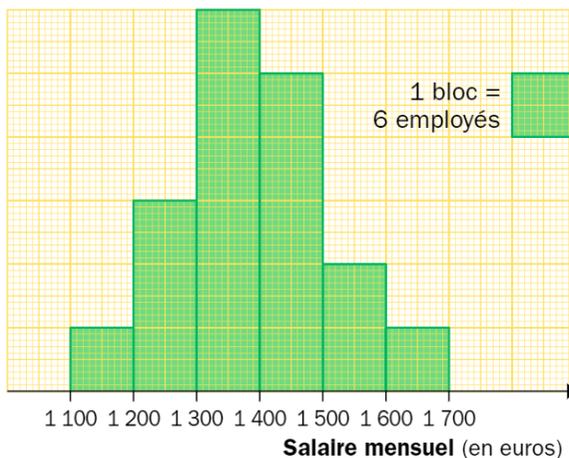
Histogramme

Graphique

- Un histogramme représente la **répartition de données** regroupées en **classes**.
- L'**aire** de chaque rectangle est **proportionnelle** à l'effectif de la **classe**.

Exemple

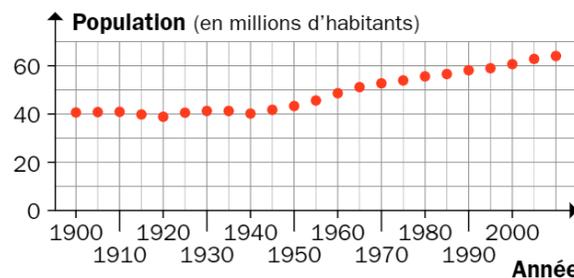
Répartition des salaires dans une entreprise



Un graphique représente l'**évolution d'une donnée** en fonction d'une autre.

Exemple

Démographie en France entre 1900 et 2010



Exemple 1

Nom de la ferme	Nombre moyen de litres de lait produits par jour
Beauséjour	42
Le Verger	75
La Fourragère	36
Petit pas	75
La Chausse Pierre	55
Le Palet	58
Plan Fichu	25
Le Cugnon	34
Bellastat	82
Les Liaudes	52

D'après Brevet 2015

Exemple 2

Les ingénieurs de l'Office national des forêts ont mesuré le diamètre de chaque arbre d'une forêt. Les mesures sont répertoriées ci-dessous.

Diamètre (en cm)	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
Effectif	2	4	8	9	10	12	14	15	10	4	3

D'après Brevet 2015

Exemples de données

Effectif

Fréquence

Étendue

Moyenne

- L'**effectif**, c'est le **nombre**.
- L'**effectif total** est le **nombre total** de valeurs de la série.

Exemple 1

Effectif total : 10 fermes.

Exemple 2

Effectif pour un diamètre de 50 cm : 10 arbres.

Effectif total : 91 arbres.

Fréquence = $\frac{\text{effectif d'une valeur}}{\text{effectif total}}$

- Fréquence < 1
- On peut l'exprimer en pourcentage.

Exemple 2

Diamètre (en cm)	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	Total
Effectif	2	4	8	9	10	12	14	15	10	4	3	91
Fréquence*	0,02	0,04	0,09	0,10	0,11	0,13	0,15	0,16	0,11	0,04	0,03	1
Fréquence** (en %)	2	4	9	10	11	13	15	16	11	4	3	100

* Arrondi au centième. ** Arrondi à l'unité.

Médiane

- La **médiane** est un nombre qui **partage la série en deux** séries de même effectif.
- Ne pas confondre avec la moyenne.
- Pour déterminer la médiane, il faut **ranger les données** dans l'ordre croissant.

Exemple 1

$$25 \leq 34 \leq 36 \leq 42 \leq 52 \leq 55 \leq 58 \leq 75 \leq 75 \leq 82$$

5 valeurs médiane : **53,5 L** 5 valeurs

$$\frac{52 + 55}{2}$$

Exemple 2

Diamètre (en cm)	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
Effectif	2	4	8	9	10	12	14	15	10	4	3
Rang	de 1 à 2	de 3 à 6	de 7 à 14	de 15 à 23	de 24 à 33	de 34 à 45	de 46 à 59	de 60 à 74	de 75 à 84	de 85 à 88	de 89 à 91

médiane : **60**
C'est la 46^e valeur.
45 valeurs de chaque côté

Étendue = valeur maximale – valeur minimale

Exemple 1 : Étendue = 82 – 25 = 57 L
Exemple 2 : Étendue = 80 – 30 = 50 cm

Moyenne = $\frac{\text{somme des valeurs}}{\text{effectif total}}$

Lorsque les valeurs ont des effectifs différents, on calcule la moyenne pondérée qui tient compte de ces effectifs.

Exemple 1

$$\text{Moyenne} = \frac{42 + 75 + 36 + 75 + 55 + 58 + 25 + 34 + 82 + 52}{10} = 53,4 \text{ L}$$

Exemple 2

$$\text{Moyenne} = \frac{30 \times 2 + 35 \times 4 + 40 \times 8 + \dots + 70 \times 10 + 75 \times 4 + 80 \times 3}{2 + 4 + 8 + \dots + 10 + 4 + 3}$$

$$= \frac{5\,140}{91} \approx 56,48 \text{ cm}$$

PROBABILITÉS

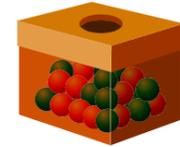
Vocabulaire

- Un **événement certain** se produit dans tous les cas.
- Un **événement impossible** ne se produit jamais.
- Deux **événements incompatibles** ne peuvent se produire en même temps.
- Deux **événements** sont **contraires** s'il se produit forcément l'un ou l'autre.

- **Expérience aléatoire** : expérience liée au hasard.
- **Issue** : résultat possible.
- **Évènement** : peut être réalisé ou non.
- **Probabilité** : calcul de la chance qu'un évènement se produise.

Exemples

- On lance un **dé** à six faces.
- On tire à **pile ou face**.
- On tire une bille dans une **urne** opaque.



Propriétés

- $0 \leq \text{probabilité} \leq 1$.
- Probabilité d'un **événement certain** : 1.
- Probabilité d'un **événement impossible** : 0.
- Somme des probabilités de deux **événements contraires** : 1.
- Situation d'**équiprobabilité** :

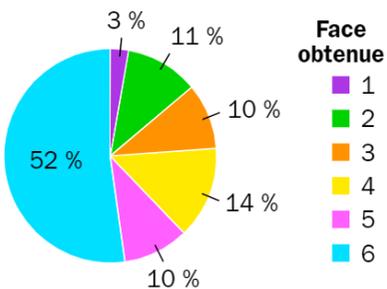
$$\text{probabilité} = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Fréquence

Si on répète une expérience aléatoire un très grand nombre de fois, la **probabilité d'un évènement** correspond à la **fréquence** d'apparition de cet évènement.

Exemple

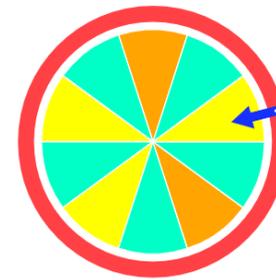
On lance 1 000 fois un dé truqué et on note la fréquence d'apparition de chaque face.



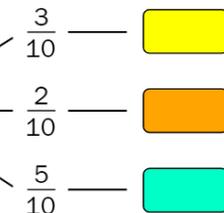
- Probabilité d'obtenir 1 : 3 %
- Probabilité d'obtenir 2 : 11 %
- ...
- Probabilité d'obtenir 6 : 52 %

Arbre

Roue de la chance



Arbre de probabilités correspondant



POURCENTAGES

Définitions

• **Pourcentage** : c'est une hypothèse de proportionnalité par rapport à un total de 100.

• $t\%$ est une fraction $\frac{t}{100}$.

• **Tableau de proportionnalité** :

Partie	t
Tout	100

Exemple

Dans un cocktail, il y a un quart de jus d'orange, soit une proportion de 1 pour 4 ou de 25 pour 100 : 25 %.

À retenir

• **100 %** : c'est **le total**.

• **50 %** = $\frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0,5$: c'est **la moitié**.

• **25 %** = $\frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0,25$: c'est **le quart**.

• **10 %** = $\frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$: c'est **un dixième**.

• **20 %** = $\frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0,2$: c'est **un cinquième**.

• **200 %** = $\frac{200}{100} = 2$: c'est **le double**.

Pourcentage d'augmentation/de diminution

• **Diminuer** un nombre de $a\%$, c'est le multiplier par $(1 - \frac{a}{100})$.

• **Augmenter** un nombre de $a\%$, c'est le multiplier par $(1 + \frac{a}{100})$.

Exemples

• Le prix d'un article à 36 € diminue de **12 %** : $36 \times (1 - 0,12) = 31,68$.
Son nouveau prix est **31,68 €**.

• Entre 1900 et 2013, la population de Lyon est passée de 460 000 à 500 000 habitants.

460 $\xrightarrow{\hspace{2cm}}$ 500

$$\frac{500}{460} \approx 1,087 = 1 + \frac{8,7}{100}$$

L'augmentation est de **8,7 %**.

Appliquer un pourcentage

Méthode

Il faut calculer l'**effectif** correspondant au pourcentage donné.

Exemple

Sur 350 élèves, 28 % sont demi-pensionnaires.
► Combien d'élèves cela représente-t-il ?

On calcule **28 %** de 350 :

$$\frac{28}{100} \times 350 = 0,28 \times 350 = 98$$

Donc 28 % de 350 correspondent à **98 élèves** demi-pensionnaires.

Déterminer un pourcentage

Méthode

Il faut calculer une **proportion** par rapport à un total de 100.

Exemple

28 élèves sur 140 apprennent le latin.

► À quel pourcentage cela correspond-il ?

On se demande quel pourcentage représentent

28 éléments sur **140** :

$$\frac{28}{140} = \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 0,2$$

Donc 28 sur 140 représentent **20 %** d'élèves latinistes.

LES FONCTIONS

Fonction linéaire

Représentation graphique

C'est une droite qui **pass**e par l'**origine** du repère.

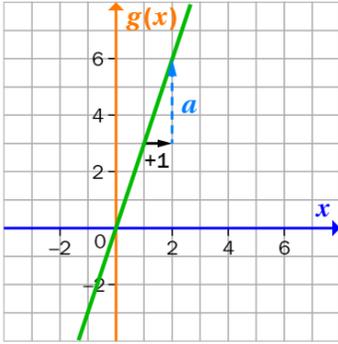


Tableau de valeurs

C'est un tableau de **proportionnalité** de coefficient **a** (ici **a = 3**).

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
g(x)	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9

Forme algébrique

$$g(x) = ax$$

Les images sont **proportionnelles** aux antécédents.

Exemple
 $g(x) = 3x$

Forme algébrique

C'est la formule.

$$x \mapsto f(x)$$

antécédent image

Notation : $f(x) = x^3 + 2x^2 - 6x - 7$
ou
 $f : x \mapsto x^3 + 2x^2 - 6x - 7$

Exemple

$$f(1) = 1^3 + 2 \times 1^2 - 6 \times 1 - 7 = 1 + 2 - 6 - 7 = -10$$

Cas général

Tableau de valeurs

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	← antécédents
f(x)	-15	2	5	0	-7	-10	-3	20	← images

Exemple

$$f(1) = -10$$

Fonction affine

Représentation graphique

C'est une droite qui **ne passe** pas par l'**origine** du repère.

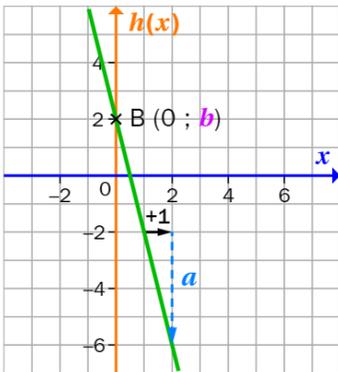


Tableau de valeurs

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
h(x)	18	14	10	6	2	-2	-6	-10

$$h(0) = b$$

Forme algébrique

$$h(x) = ax + b$$

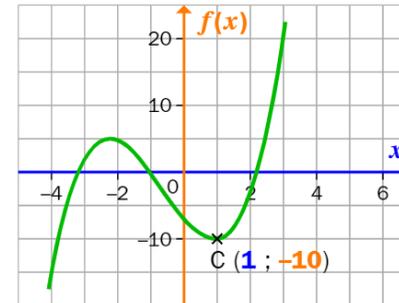
Les images **ne sont pas** proportionnelles aux antécédents.

Exemple
 $h(x) = -4x + 2$

Représentation graphique

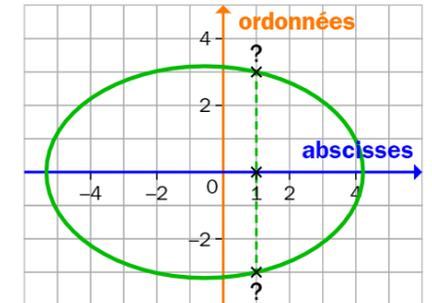
Un nombre a **une seule** image.

Exemples



C'est une fonction.

- L'**antécédent** se lit sur l'axe des abscisses, et l'**image** sur l'axe des ordonnées. L'image de 1 est -10.
- Une **image** peut avoir plusieurs **antécédents**. Ici, 0 a trois antécédents : environ -3,2 ; -1 et 2,2.



Ceci **n'est pas** une fonction.

On ne peut pas déterminer l'image de 1.

LONGUEUR

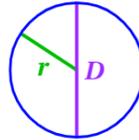
Déterminer un périmètre

Définition

Périmètre = longueur du contour.

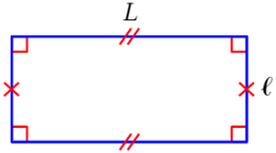
Cercle

$$P = \pi \times 2 \times r = \pi \times D$$



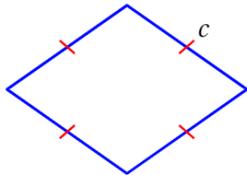
Rectangle

$$\begin{aligned} P &= L + \ell + L + \ell \\ &= L \times 2 + \ell \times 2 \\ &= (L + \ell) \times 2 \end{aligned}$$



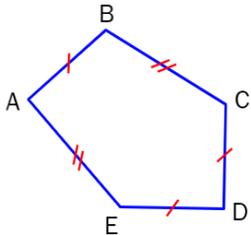
Carré et losange

$$P = 4 \times c$$



Autre figure

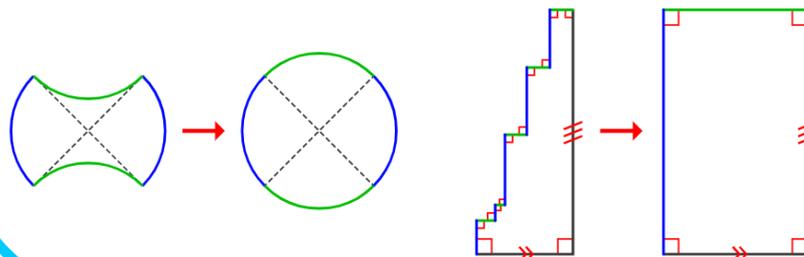
$$P = 3 \times AB + 2 \times BC$$



Simplifier le calcul en repérant les côtés égaux

Simplifier le calcul par déplacements

Mêmes périmètres, aires différentes



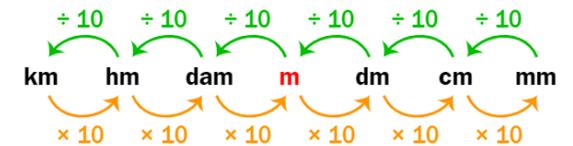
Ordres de grandeur de périmètres

- Une feuille A4 → 101,4 cm, soit environ 1 m.
- Un stade de foot → 420 m.
- La circonférence de la Terre → environ 40 000 km.

Unité légale

m

Conversions



Kilo signifie « mille ».

- Exemples :
- 3,5 km = 3,5 × 1 000 m = 3 500 m
 - 280 m = 280 ÷ 1 000 km = 0,28 km

DÉTERMINER L'AIRE D'UNE SURFACE

Retrouver une figure de référence

Compléter

Compléter le polygone par une surface pour obtenir une aire plus simple à calculer, puis enlever cette surface dans le calcul final.

Exemple du triangle rectangle

Aire : $\frac{L \times \ell}{2}$

Découper

Découper la surface en plusieurs parties dont l'aire est plus simple à calculer.

Ordres de grandeur

- Une feuille A4 de 21 cm × 29,7 cm :
 - 623,7 cm²,
 - environ 6 dm².
- Un stade de foot de 90 m × 120 m :
 - 10 800 m²,
 - environ 1 hm² = 1 ha.

Déplacer

Déplacer une partie de la surface pour obtenir une aire plus simple à calculer.

Exemple du triangle

Aire : $\frac{B \times h}{2}$

Figures planes

Utiliser la formule

Rectangle

Aire : $L \times \ell$

Disque

Aire : $\pi \times r^2$

Solides

Polyèdre

Somme des aires de ses faces.

Sphère

Aire : $4 \times \pi \times r^2$

Unité légale
m²

Conversions

$\div 100$ $\div 100$ $\div 100$ $\div 100$ $\div 100$ $\div 100$
km² **hm²** **dam²** **m²** **dm²** **cm²** **mm²**
 $\times 100$ $\times 100$ $\times 100$ $\times 100$ $\times 100$ $\times 100$

1 dm = 10 cm
Aire : 1 dm² = 100 cm²
1 cm²

Exemples : • 600 cm² = 6 dm²
• 10 000 m² = 1 hm² = 1 ha

Unité légale
m³

Unité légale
L
1 L = 1 dm³

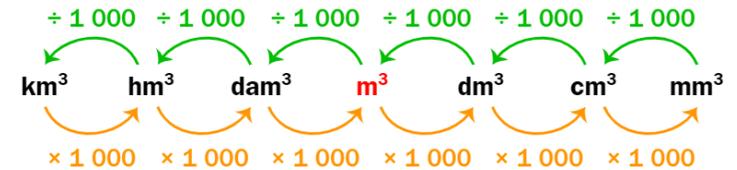
Capacité

Ordres de grandeur de capacités

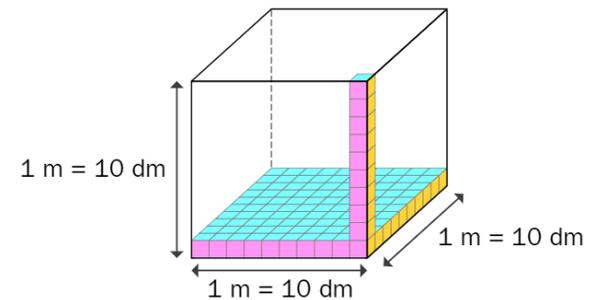
- Une bouteille de soda → 1,5 L
- Un bain → environ 140 L
- L'eau sur Terre → 1,4 × 10²¹ L

VOLUME

Conversions



$$1 \text{ m}^3 = 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} = 1\,000 \text{ dm}^3$$



Exemples

- 1 dm = 0,1 m, donc 1 dm³ = 0,1 m × 0,1 m × 0,1 m = 0,001 m³
- 430 dm³ = 430 × 0,001 m³ = 0,43 m³

Solides usuels

Deux bases parallèles

$$V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

Boule

$$V = \frac{4}{3} \pi \times r^3$$



Une base + un sommet principal

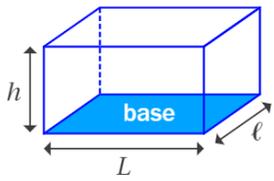
$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

Ordres de grandeur de volumes

- Piscine olympique (50 m × 25 m × 2 m) → 2 500 m³
- Coffre de voiture → environ 250 dm³

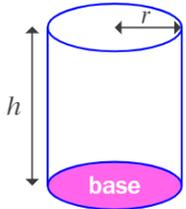
Pavé droit

$$V = L \times \ell \times h$$



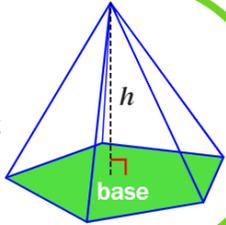
Cylindre

$$V = \pi \times r^2 \times h$$



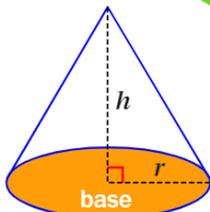
Pyramide

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times h}{3}$$



Cône

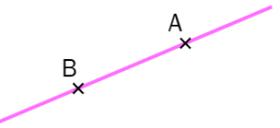
$$V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$$



ÉLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE

Vocabulaire et notation

Droite



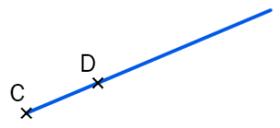
Notation : (AB) .

Segment



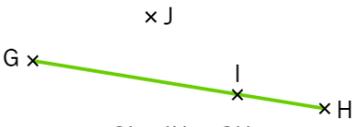
E et F sont les **extrémités** du segment.
EF est la **longueur** du segment.
Notation : $[EF]$.

Demi-droite



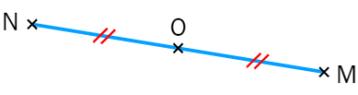
C est l'**origine** de la demi-droite.
Notation : $[CD)$.

Points alignés



$GI + IH = GH$
Les points G, H et I sont alignés.
Notations : $I \in [GH]$; $J \notin [GH]$.

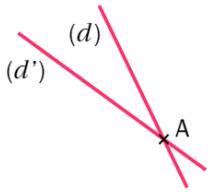
Milieu



$O \in [MN]$; $OM = ON$
O est le milieu de $[MN]$.

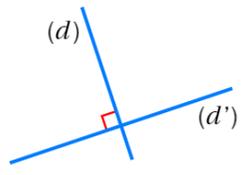
Position relative de deux droites

Droites sécantes



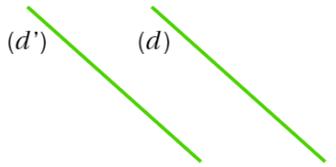
A est le point d'intersection.

Droites perpendiculaires



Notation : $(d) \perp (d')$.

Droites parallèles



Notation : $(d) \parallel (d')$.

Propriétés

SI $(d_1) \parallel (d)$ et $(d_2) \parallel (d)$ **ALORS** $(d_1) \parallel (d_2)$

SI $(d_1) \perp (d)$ et $(d_2) \perp (d)$ **ALORS** $(d_1) \parallel (d_2)$

SI $(d_1) \parallel (d_2)$ et $(d_1) \perp (d)$ **ALORS** $(d_2) \perp (d)$

ANGLE

Généralités

Cas particuliers

Angle nul

0°

Angle aigu

Entre 0° et 90°

Angle droit

90°

Angle obtus

Entre 90° et 180°

Angle plat

180°

Nom

\widehat{MNO}
 \widehat{uEv}

Vocabulaire

- **Sommet** de l'angle \widehat{ABC} : B.
- **Côtés** : [BA) et [BC).

\widehat{ABC}

Somme des angles = 180°

Exemple
 $109^\circ + 20,4^\circ + 50,6^\circ = 180^\circ$

109°
 $50,6^\circ$
 $20,4^\circ$

Deux angles égaux

Triangle isocèle

51°
 78°
 51°

Un angle droit

Triangle rectangle

66°
 24°

Trois angles égaux

Triangle équilatéral

60°
 60°
 60°

Unité légale

$^\circ$ (degré)

TRIANGLES

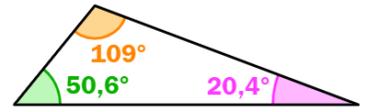
Trois angles

Somme des angles

= 180°

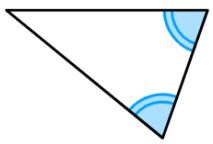
Exemple

$109^\circ + 20,4^\circ + 50,6^\circ = 180^\circ$



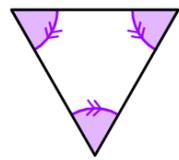
Deux angles égaux

Triangle isocèle



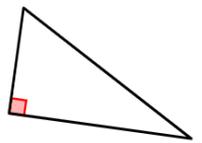
Trois angles égaux

Triangle équilatéral



Un angle droit

Triangle rectangle

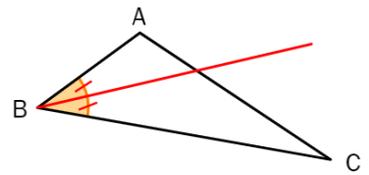


Droites remarquables

Bissectrice

Axe de symétrie de l'angle

Exemple

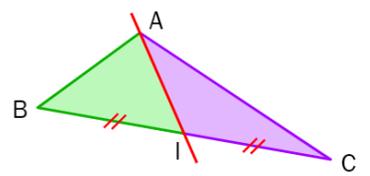


La bissectrice de l'angle est un axe de symétrie de cet angle.

Médiane

Partage le triangle en deux triangles de même aire.

Exemple

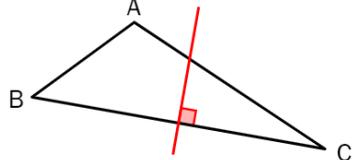


Aire (ABI) = Aire (AIC)

Médiatrice

Axe de symétrie du côté

Exemple

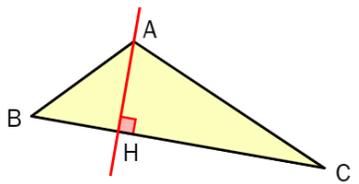


La médiatrice de [BC] est un axe de symétrie de ce côté [BC].

Hauteur

Utilité : calculs d'aires.

Exemple :

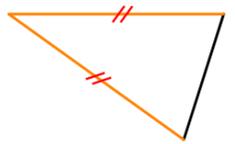


$Aire (ABC) = \frac{base \times hauteur}{2} = \frac{BC \times AH}{2}$

Trois côtés

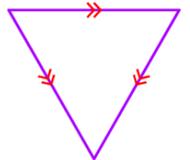
Deux côtés égaux

Triangle isocèle



Trois côtés égaux

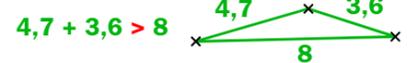
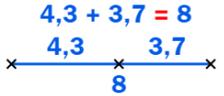
Triangle équilatéral



Inégalité triangulaire

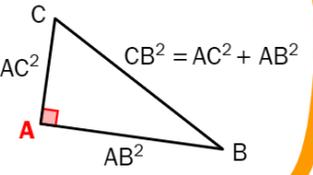
Utilité : par exemple, savoir si un triangle est constructible ou montrer que trois points sont alignés.

Exemples



Pythagore

Triangle rectangle



ANGLES ET PARALLÉLISME

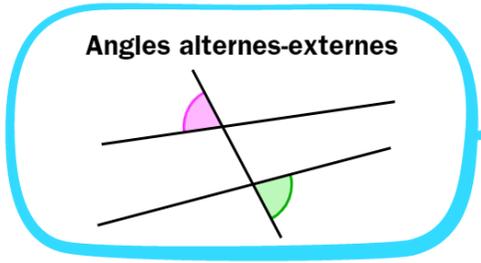
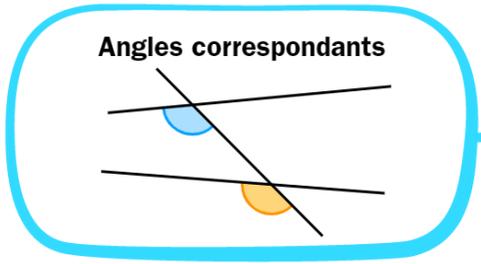
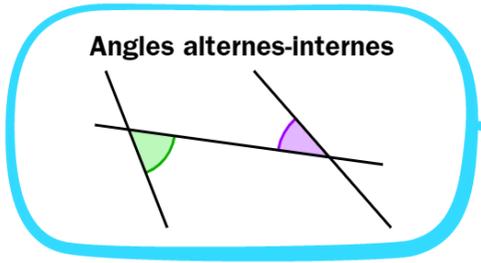
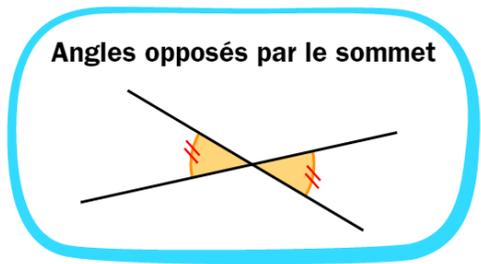
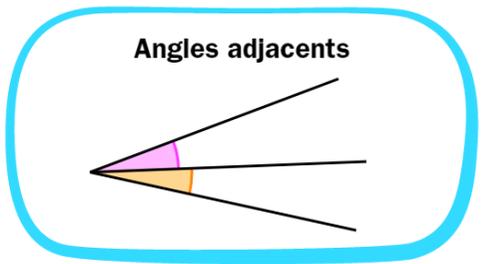
Un sommet commun

Angles particuliers

Deux droites, une sécante

Montrer que deux angles sont égaux

Montrer que deux droites sont parallèles



SI $(AB) // (A'B')$ \rightarrow **symétrie centrale**

ALORS Les angles symétriques sont égaux.

SI $(AB) // (A'B')$ \rightarrow **translation**

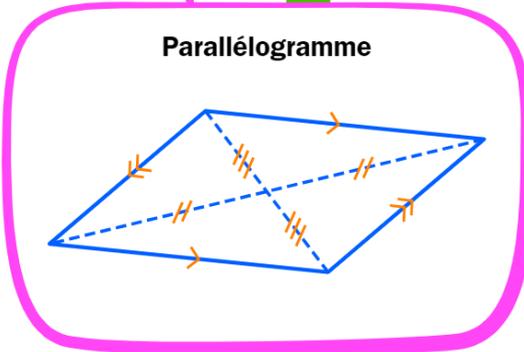
ALORS Les angles traduits sont égaux.

SI Les angles alternes-internes sont égaux. \rightarrow **symétrie centrale** **ALORS** $(AB) // (A'B')$

SI Les angles correspondants sont égaux. \rightarrow **translation** **ALORS** $(AB) // (A'B')$

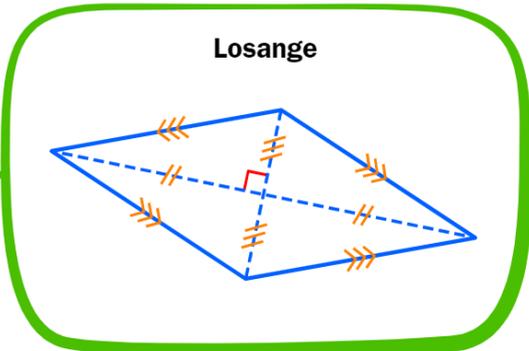
QUADRILATÈRES

Côtés opposés parallèles et de même longueur



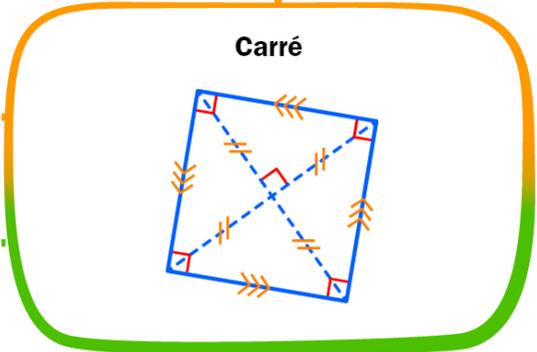
Parallélogramme

Côtés de même longueur



Losange

Côtés perpendiculaires



Carré

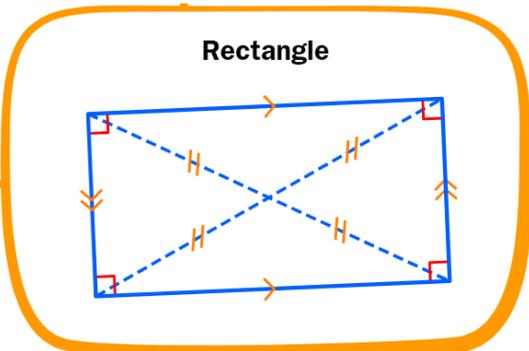
Diagonales perpendiculaires

Diagonales de même longueur

Diagonales de même longueur

Diagonales perpendiculaires

Côtés perpendiculaires



Rectangle

Côtés de même longueur

Diagonales se coupant en leur milieu

Sens de lecture : →
Pour un quadrilatère donné, si on ajoute la condition donnée sur la branche, alors on obtient le quadrilatère particulier suivant à droite.

UTILISER LE THÉORÈME DE PYTHAGORE

Le théorème

Ce qu'il dit

SI

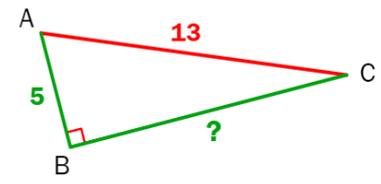
ABC est rectangle en **B**. → $BA^2 + BC^2 = AC^2$

ALORS

Dans un triangle rectangle, le carré de l'**hypoténuse** est égal à la somme des carrés des **côtés de l'angle droit**.

À quoi il sert

À calculer une longueur dans un triangle rectangle.



La réciproque

Ce qu'elle dit

SI

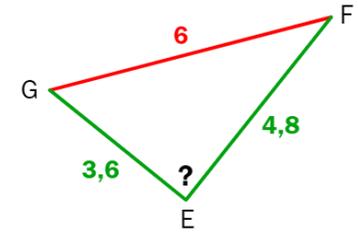
$EF^2 + EG^2 = FG^2$ → EFG est un triangle rectangle en **E**.

ALORS

Si, dans un triangle, le carré du **plus grand côté** est égal à la somme des carrés des **deux autres côtés**, alors ce triangle est rectangle. Le plus grand côté est l'hypoténuse.

À quoi elle sert

À déterminer si un triangle est rectangle.

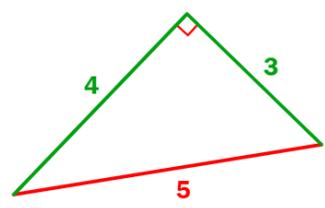


Carrés parfaits

Quelques carrés parfaits

- | | | | |
|------------|--------------|--------------|--------------|
| $1^2 = 1$ | $2^2 = 4$ | $3^2 = 9$ | $4^2 = 16$ |
| $5^2 = 25$ | $6^2 = 36$ | $7^2 = 49$ | $8^2 = 64$ |
| $9^2 = 81$ | $10^2 = 100$ | $11^2 = 121$ | $12^2 = 144$ |

Triangle de Pythagore



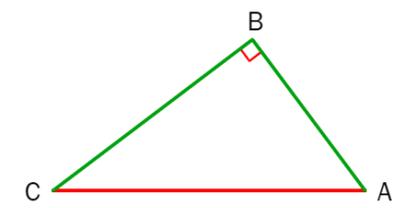
Longueurs : 3 ; 4 ; 5.

Vocabulaire

Dans un triangle rectangle : plus grand côté = **hypoténuse**.

Exemple

Dans le triangle ABC rectangle en **B**, l'hypoténuse est **[AC]**. **[BA]** et **[BC]** sont les côtés de l'angle droit.



UTILISER LE THÉORÈME DE THALÈS

Triangles semblables

Coefficient k

Coefficient d'agrandissement ou de réduction entre les deux triangles :

- $AC = AN \times k$
- $AB = AM \times k$
- $BC = MN \times k$

Longueurs proportionnelles

Côtés de AMN	AN	AM	MN	× k
Côtés correspondants de ABC	AC	AB	BC	

Ce qu'elle dit

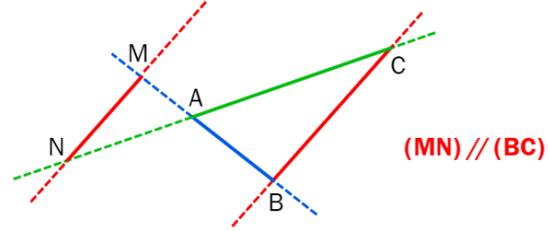
SI

Les points **M, A, B**, et **N, A, C**, sont alignés **dans le même ordre** et

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$$

ALORS

Les droites **(BC)** et **(MN)** sont parallèles.



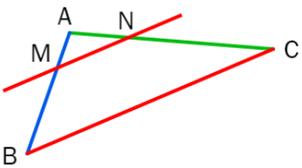
Ce qu'il dit

SI

Les points **M, A, B**, et **N, A, C**, sont alignés et **(MN) // (BC)**.

ALORS

Les triangles **AMN** et **ABC** sont proportionnels.



À quoi il sert

À calculer une longueur.

La réciproque

À quoi elle sert

À déterminer si deux droites sont parallèles.

Égalité de quotients

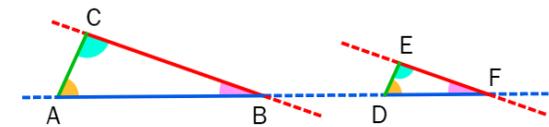
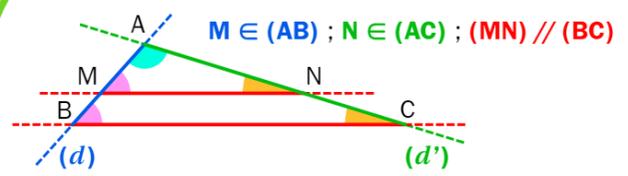
Trois façons de calculer le coefficient :

$$k = \frac{AC}{AN} \quad k = \frac{AB}{AM} \quad k = \frac{BC}{MN}$$

On a donc les égalités :

$$\frac{AC}{AN} = \frac{AB}{AM} = \frac{BC}{MN} \quad \text{ou} \quad \frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$$

Cas particuliers



$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} \quad ; \quad (MN) // (BC)$$

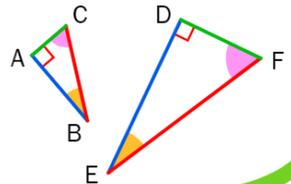
Cas général

Deux triangles sont en agrandissement ou en réduction l'un de l'autre si :

- les côtés correspondants sont proportionnels,
- OU
- les angles sont égaux deux à deux.

Exemple

Les triangles ABC et DEF sont proportionnels.



TRIGONOMÉTRIE

Vocabulaire

Dans le triangle ABC rectangle en C :

- [AB] est l'**hypoténuse** ;
- [CB] est le **côté adjacent** à l'angle \widehat{ABC} ;
- [AC] est le **côté opposé** à l'angle \widehat{ABC} .

Calculer une longueur

Dans un triangle EFG, rectangle en E :

$$\sin \hat{G} = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{EF}{GF}$$

$$GF = \frac{EF}{\sin \hat{G}} = \frac{4,8}{\sin 60} \approx 5,5 \text{ cm}$$

→ **sin** sur calculatrice ou table trigo.

Cosinus, sinus, tangente

SI Le triangle ABC est rectangle en C. → **ALORS**

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{AC}{BC}$$

À quel ça sert ?

Déterminer la mesure d'un angle

Dans un triangle MNO, rectangle en M :

$$\tan \hat{O} = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{MN}{MO}$$

$$\hat{O} = \tan^{-1} \left(\frac{3,8}{3,2} \right) \approx 50^\circ$$

→ **tan⁻¹** sur calculatrice ou table trigo.

Inégalités

Pour tout angle aigu \hat{B} :

$$0 \leq \cos \hat{B} \leq 1$$

$$0 \leq \sin \hat{B} \leq 1$$

Propriétés

Outils

Aide-mémoire

CAH SOH TOA

CAH → $\cos = \text{adjacent} / \text{hypoténuse}$

SOH → $\sin = \text{opposé} / \text{hypoténuse}$

TOA → $\tan = \text{opposé} / \text{adjacent}$

Table trigo : quelques valeurs

angle (en degrés)	cosinus	sinus	tangente
15	0,97	0,26	0,27
30	0,87	0,50	0,58
45	0,71	0,71	1,00
60	0,50	0,87	1,73
75	0,26	0,97	3,73

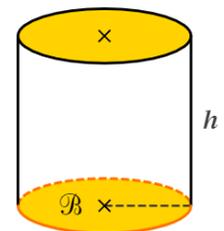
REPRÉSENTER DES SOLIDES

Deux bases

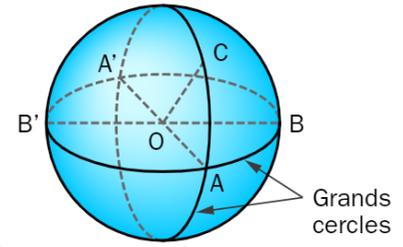
À pointe

Cylindre

- Deux bases circulaires identiques.
- Une face latérale rectangulaire.



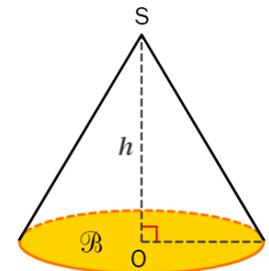
Boule



Grands cercles

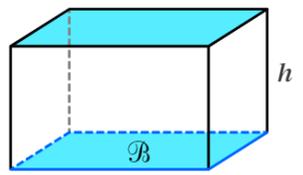
Cône

- Une base circulaire.
- Un sommet principal.



Pavé droit

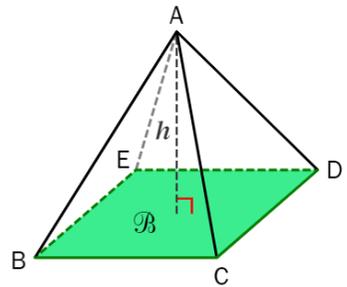
- 6 faces rectangulaires.
- 8 sommets.
- 12 arêtes.



Un pavé droit est un prisme droit particulier.

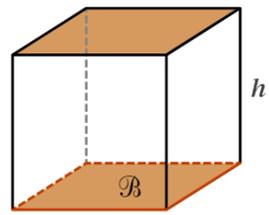
Pyramide

- Une base polygonale.
- Un sommet principal.



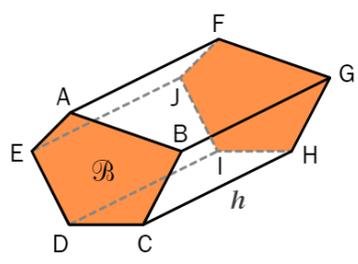
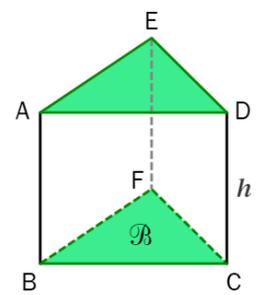
Cube

- 6 faces carrées.
- 8 sommets.
- 12 arêtes.



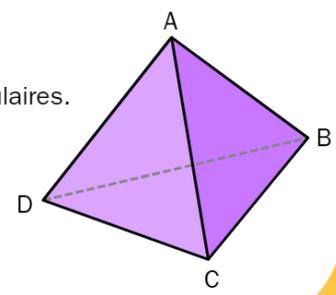
Prisme droit

- Deux bases polygonales identiques.
- Faces latérales rectangulaires.



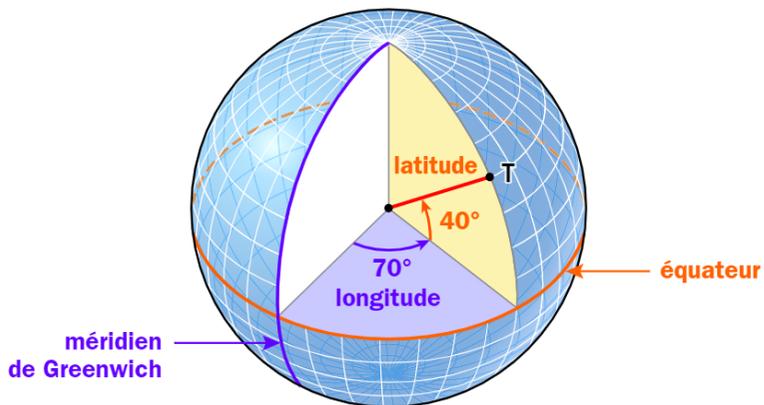
Tétraèdre

- 4 faces triangulaires.
- 4 sommets.
- 6 arêtes.



Deux coordonnées

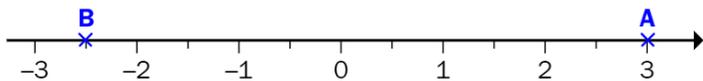
- **Latitude** : **angle** (de 0 à 90°) déterminant la position d'un cercle appelé **parallèle**, et **direction** Nord ou Sud. Pour la Terre, le parallèle 0 est l'équateur.
- **Longitude** : **angle** (de 0 à 180°) déterminant la position d'un demi-cercle appelé **méridien**, et **direction** Est ou Ouest. Pour la Terre, le méridien 0 est le méridien de Greenwich.



Exemple

Le point T a pour latitude **40° Nord** et pour longitude **70° Est** :
T(40°N ; 70°E).

Abscisse d'un point



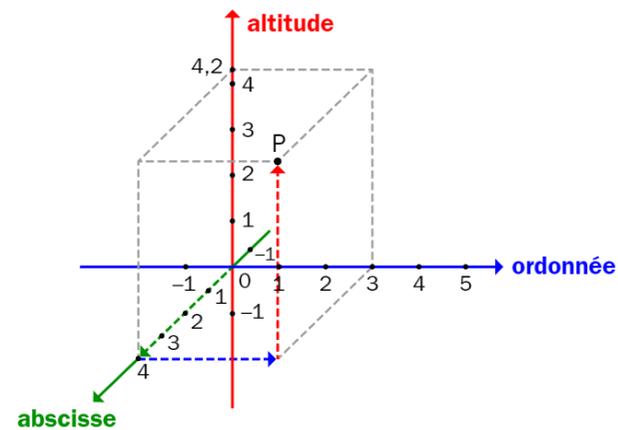
- Exemples :
- Le point A a pour **abscisse** 3 ; on note A(3).
 - Le point B a pour **abscisse** -2,5 ; on note B(-2,5).

Sur
une sphère

Dans
un pavé

Trois coordonnées

(**abscisse** ; **ordonnée** ; **altitude**)



Exemple : P(4 ; 3 ; 4,2)

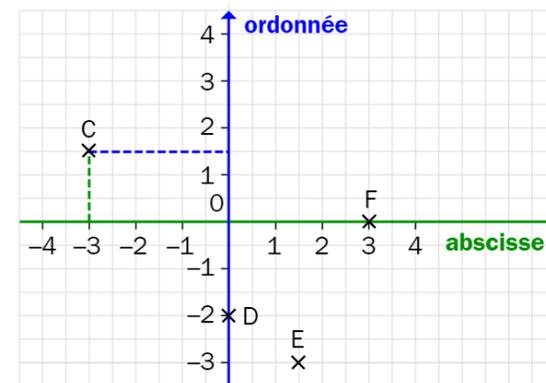
SE REPÉRER

Sur
une droite

Dans
le plan

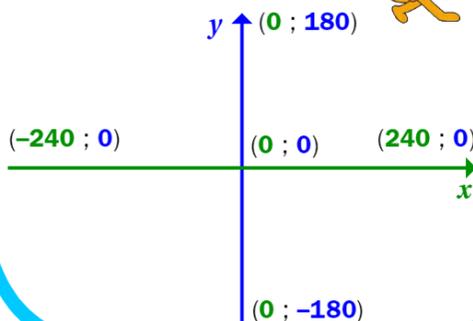
Coordonnées d'un point

(**abscisse** ; **ordonnée**)



- Exemples :
- C(-3 ; 1,5)
 - D(0 ; -2)
 - E(1,5 ; -3)
 - F(3 ; 0)

Avec le logiciel Scratch



TRANSFORMATIONS DU PLAN

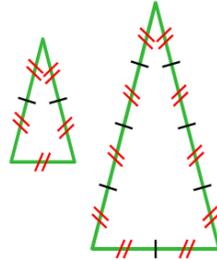
Agrandissement / Réduction

Conserve :

- les mesures des angles,
- l'alignement,
- le parallélisme.

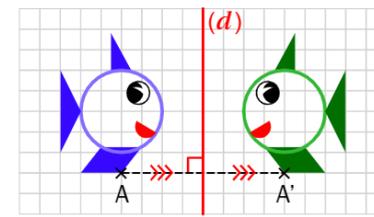
Ne conserve pas :

- les longueurs,
- les aires,
- les volumes.



Symétrie axiale

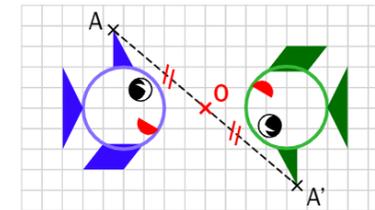
La droite (d) est l'axe de symétrie.



Symétrie

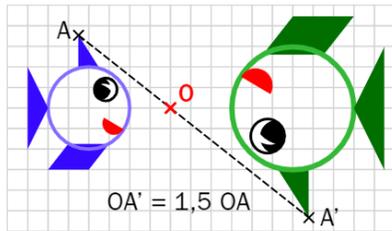
Symétrie centrale

Le point O est le centre de symétrie.



... de centre O , de rapport $-1,5$.

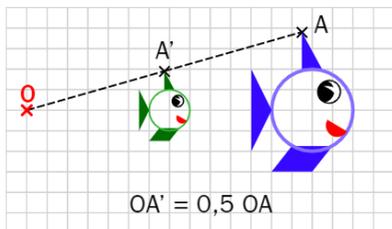
- rapport négatif \rightarrow retournement
- $|\text{rapport}| > 1 \rightarrow$ agrandissement



Homothétie

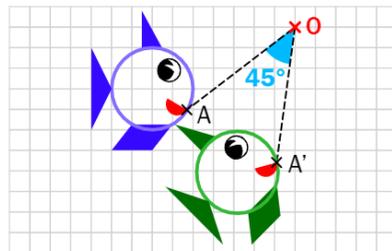
... de centre O , de rapport $0,5$.

- rapport positif \rightarrow même direction
- $|\text{rapport}| < 1 \rightarrow$ réduction



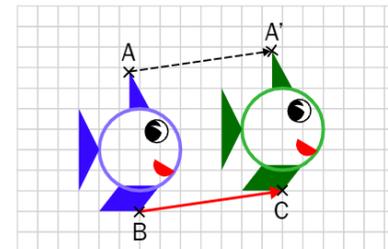
Rotation

... de centre O , d'angle 45° , dans le sens « direct » (sens inverse des aiguilles d'une montre).



Translation

... qui transforme le point B en point C .



Déplacement

Conserve :

- les longueurs, les aires, les volumes,
- les mesures des angles,
- l'alignement,
- le parallélisme.



Conserve « la forme » :

- la mesure des angles,
- l'alignement,
- le parallélisme.

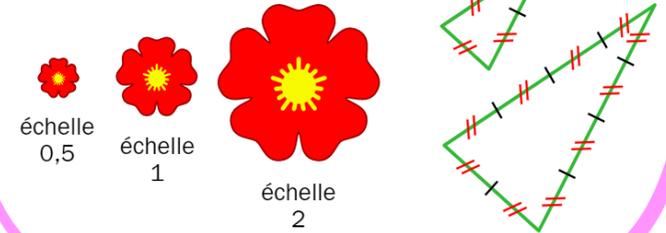
Conserve « les dimensions » :

- les longueurs,
- les aires,
- les volumes.

Conserve « la forme » :

- la mesure des angles,
- l'alignement,
- le parallélisme.

Exemples



Déplacement

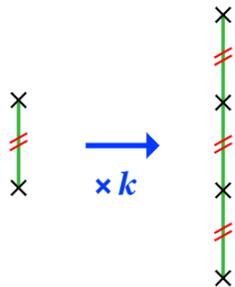
EFFETS D'UNE TRANSFORMATION

Agrandissement/Réduction

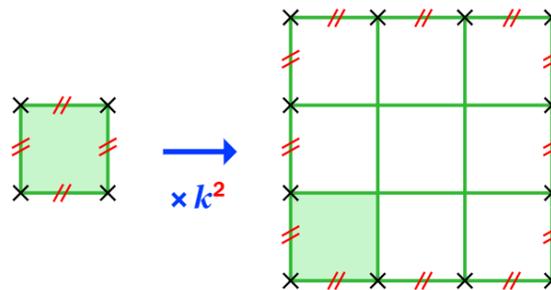
Coefficient d'agrandissement k

- Si $k > 1$, les dimensions sont agrandies.
- Si $k < 1$, les dimensions sont réduites.

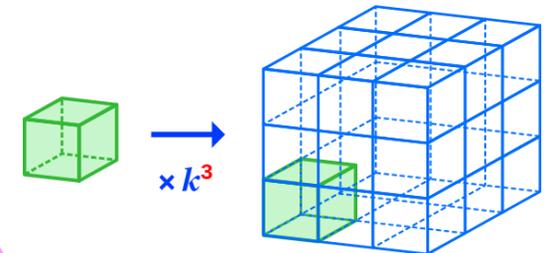
Longueurs



Aires



Volumes



PROUVER EN GÉNÉRAL

- Un **énoncé mathématique** est soit **vrai**, soit **faux**.
- Pour être **vrai**, il doit être **toujours vrai**.
- Quand il est **faux**, il n'est **pas toujours faux**.

- Pour **montrer** qu'un énoncé est **vrai**, il faut utiliser des **propriétés**.
- On peut commencer par faire des **essais**, en évitant les cas particuliers.

Pour **montrer** qu'un énoncé est **faux**, il suffit de trouver un **contre-exemple**.

Conventions

En algèbre

Pour montrer qu'un énoncé est **vrai**, on utilise les **propriétés** des expressions équivalentes pour conclure.

Exemple

« $1 + 3x + 2 \times (0,5 + 0 \times y + x) = 5x + 2$ » → **vrai**

En effet :

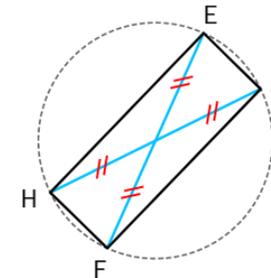
$$\begin{aligned} 1 + 3x + 2 \times (0,5 + 0 \times y + x) \\ = 1 + 3x + 1 + 0 + 2x \\ = 5x + 2 \end{aligned}$$

En géométrie

Pour montrer qu'un énoncé est **vrai**, on utilise les **données** et les **propriétés de la figure** pour conclure.

Exemple

« Si [EF] et [GH] sont deux diamètres d'un même cercle, alors EGFH est un rectangle. » → **vrai**



- **Données** : [EF] et [GH] se coupent en leur milieu car ce sont deux diamètres d'un même cercle.
- **Propriété** : « Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un rectangle. »
- **Conclusion** : EGFH est un rectangle.

Montrer qu'un énoncé est vrai

En algèbre

Une égalité est **fausse** dès qu'on trouve une **valeur** pour laquelle elle n'est pas vérifiée.

Exemple : « $x^2 = 2x$ » → **faux**

En effet, pour $x = 1$:

$$x^2 = 1^2 = 1 \text{ et } 2x = 2 \times 1 = 2.$$

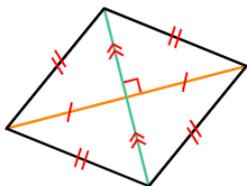
Donc $x^2 \neq 2x$.

En géométrie

Un énoncé est **faux** dès qu'on peut construire une figure qui contredit la conjecture.

Exemple

« Un quadrilatère qui a ses diagonales perpendiculaires est un carré. » → **faux**



Trouver un contre-exemple

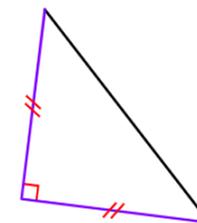
Cas particuliers

Une conjecture **fausse** peut être **vraie** dans certains cas particuliers.

En géométrie

« Un triangle rectangle a deux côtés de même longueur. »
Cet énoncé est **faux**.

Il n'est **vrai** que dans le cas particulier d'un triangle rectangle isocèle.



En algèbre

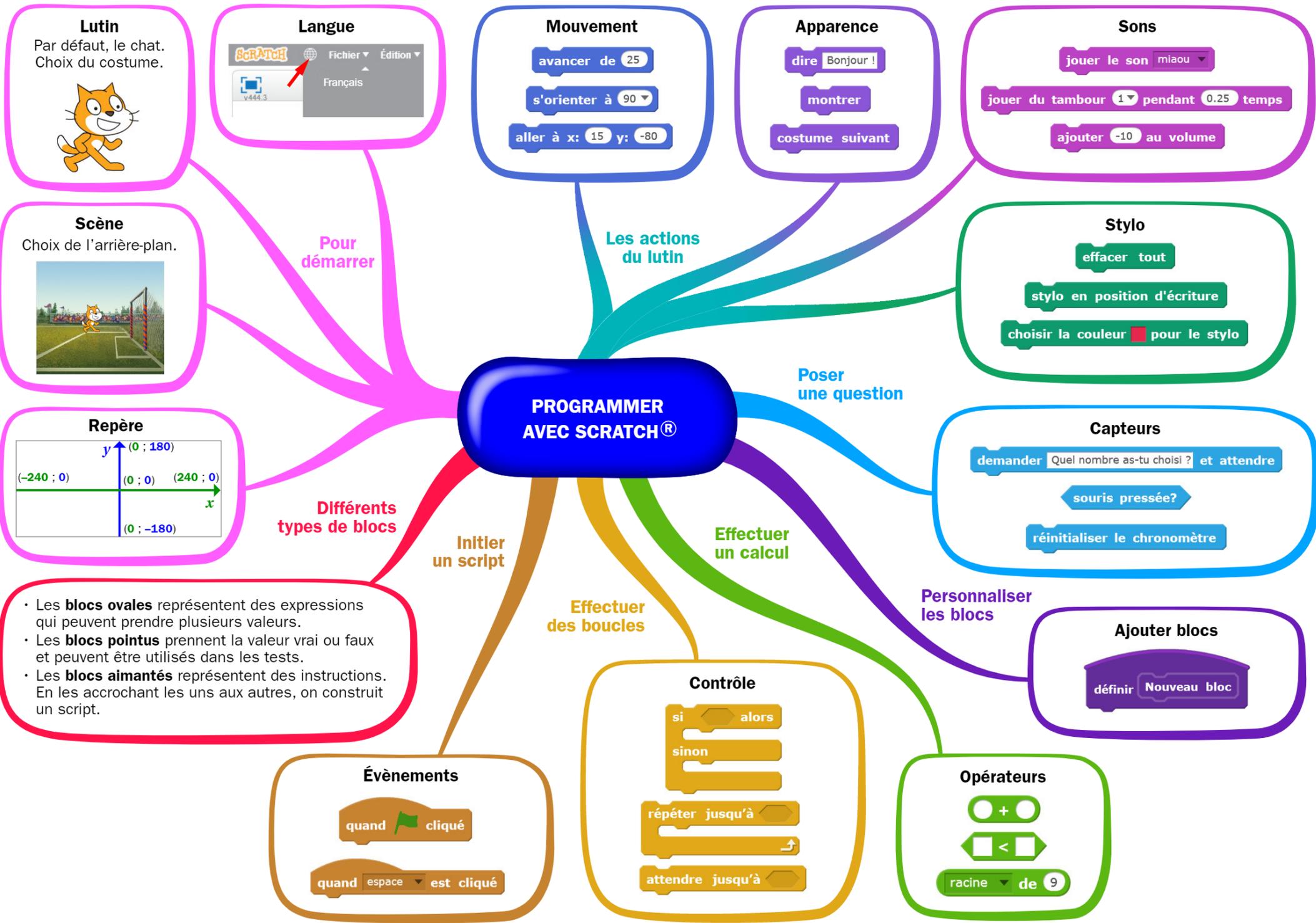
Résoudre une équation, c'est trouver les **valeurs particulières** pour lesquelles l'égalité devient **vraie**.

Exemple

Trouver la ou les valeurs pour lesquelles l'égalité $x^2 = 2x$ est **vraie**.

- On résout l'équation et on trouve deux solutions : $x = 0$ et $x = 2$.

L'égalité $x^2 = 2x$ est **vraie** pour $x = 0$ et $x = 2$.



PROGRAMMER AVEC SCRATCH®

Les actions du lutin

Mouvement

- avancer de 25
- s'orienter à 90
- aller à x: 15 y: -80

Apparence

- dire Bonjour!
- montrer
- costume suivant

Sons

- jouer le son miaou
- jouer du tambour 1 pendant 0.25 temps
- ajouter -10 au volume

Stylo

- effacer tout
- stylo en position d'écriture
- choisir la couleur pour le stylo

Poser une question

Capteurs

- demander Quel nombre as-tu choisi? et attendre
- souris pressée?
- réinitialiser le chronomètre

Effectuer un calcul

Personnaliser les blocs

Ajouter blocs

- définir Nouveau bloc

Effectuer des boucles

Contrôle

- si alors sinon
- répéter jusqu'à
- attendre jusqu'à

Initier un script

Évènements

- quand cliqué
- quand espace est cliqué

Différents types de blocs

- Les **blocs ovales** représentent des expressions qui peuvent prendre plusieurs valeurs.
- Les **blocs pointus** prennent la valeur vrai ou faux et peuvent être utilisés dans les tests.
- Les **blocs aimantés** représentent des instructions. En les accrochant les uns aux autres, on construit un script.

Lutin

Par défaut, le chat. Choix du costume.

Langue

Scène

Choix de l'arrière-plan.

Repère

DÉPENDANCE ENTRE DEUX GRANDEURS

Reconnaitre

Modéliser

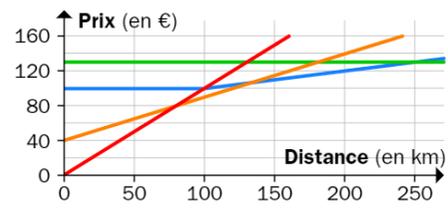
Calculer

Optimiser

Exemple

Voici les tarifs proposés par différents loueurs de voitures.

- **Loueur 1** : 1 € par kilomètre parcouru.
- **Loueur 2** : forfait de 130 € par jour, kilométrage illimité.
- **Loueur 3** : 40 € par jour et 0,50 € par kilomètre parcouru.
- **Loueur 4** : forfait de 100 € par jour, 100 km compris, puis 0,20 € par kilomètre supplémentaire.

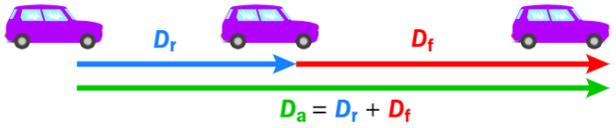


Exprimer une grandeur en fonction de l'autre.

Calculer une grandeur quand on connaît l'autre.

Exemple

La distance d'arrêt D_a est égale à la somme de la distance parcourue pendant le temps de réaction D_r et de la distance de freinage D_f (distance en m ; vitesse en km/h).



- D_r est proportionnelle à la vitesse : $D_r = \frac{v}{3,6}$
- D_f est donnée par la formule : $D_f = \frac{v^2}{200}$
- $D_a = D_r + D_f = \frac{v}{3,6} + \frac{v^2}{200}$

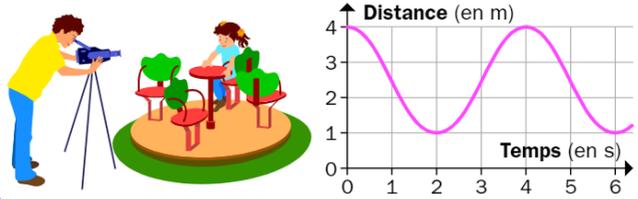
On peut donc calculer la distance d'arrêt D_a en fonction de la vitesse.

Dépend du point de vue.

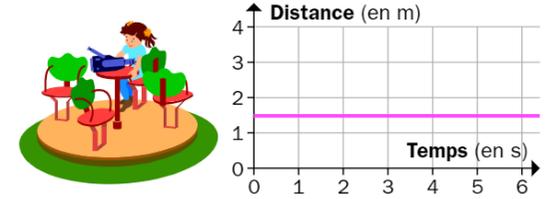
Exemple

Sur un tourniquet en mouvement, représenter la distance entre la caméra et l'enfant en fonction du temps.

Caméra à côté du tourniquet



Caméra au centre du tourniquet

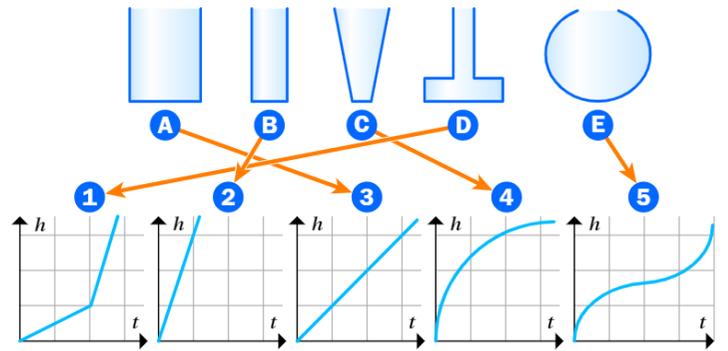


Source : <http://graphingstories.com>

Reconnaitre un graphique modélisant la situation.

Exemple

On remplit des récipients à un robinet ayant toujours le même débit. Retrouver, pour chaque récipient, le graphique correspondant à la hauteur h de l'eau dans le récipient en fonction du temps t écoulé.



Source : <http://experiencingmaths.org>

Décrire la dépendance puis optimiser.

Exemple

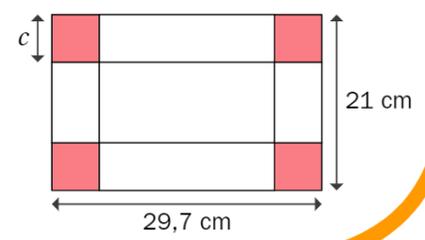
On fabrique une boîte sans couvercle à partir d'une feuille au format A4. On découpe à chaque coin un carré. Les quatre carrés sont superposables.

- Exprimer le volume V de la boîte en fonction du côté c des carrés.
- Pour quelle(s) valeur(s) de c le volume sera-t-il maximal ?

Volume : $V = c(21 - 2c)(29,7 - 2c)$

Avec une calculatrice, ou un tableur, on trouve : $c_{\text{optimal}} \approx 4$ cm.

Plus précisément : $c_{\text{optimal}} = 4,04$ cm.



DIFFÉRENTES ÉCRITURES D'UN NOMBRE

625 est un **nombre entier**.

25,308 est un **nombre décimal**.

$\frac{7}{3}$ est une **fraction**.

Écriture fractionnaire

Si le **numérateur** est dans la **table du dénominateur**, alors le nombre est entier.
numérateur = 625 × dénominateur

Exemples

$$\frac{1\ 250}{2} = 625 ; \frac{6\ 250}{10} = 625$$

Écriture scientifique

$$6,25 \times 10^2 = 625$$

Nombres consécutifs

Il n'y a **pas de nombre entier** entre 625 et 626.
625 et 626 sont **consécutifs**.

Pair ou impair ?

- 625 n'est pas un multiple de 2. C'est un nombre **impair**.
- 624 = 312 × 2. C'est un nombre **pair**.

Puissance

$$625 = 25 \times 25 = 25^2$$

$$625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

Racine carrée

- $\sqrt{625} = 25$
25 est le nombre qui, mis au **carré**, est égal à 625.
- $\sqrt{2} \approx 1,414$

Nombres consécutifs

Il est toujours possible d'**intercaler** des nombres décimaux **entre deux décimaux donnés**.

Exemples

$$25,308 < \mathbf{25,3083} < \mathbf{25,3088} < 25,309$$

$$25,308 < \mathbf{25,30804} < 25,3081$$

- **Écriture décimale** : **25,308**.
- **25,308** = 25 unités et 308 millièmes.
- **Fraction décimale** : **25,308** = $\frac{25\ 308}{1\ 000}$
- **Décomposition** :

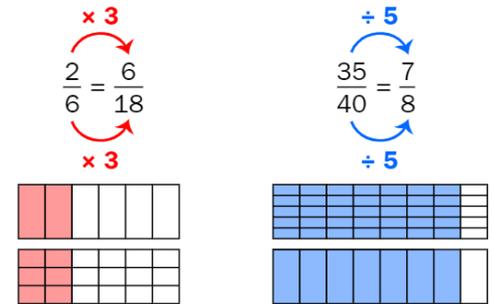
$$\mathbf{25,308} = \mathbf{25} + \frac{\mathbf{308}}{\mathbf{1\ 000}}$$

$$\mathbf{25,308} = \mathbf{2} \times \mathbf{10} + \mathbf{5} \times \mathbf{1} + \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{10}} + \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{1\ 000}}$$

Égalité de deux fractions

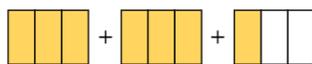
Deux fractions sont **égales** si on peut passer de l'une à l'autre en **multipliant** (ou en **divisant**) le numérateur et le dénominateur **par un même nombre** différent de zéro.

Exemples



Somme d'un entier et d'une fraction

$$\frac{7}{3} = \frac{6+1}{3} = 2 + \frac{1}{3}$$



Pourcentage

Un **pourcentage** représente une **fraction** par rapport à un total de **100**.

$$37\% = \frac{37}{100}$$

Nombres consécutifs

Il est toujours possible d'**intercaler** des fractions **entre deux fractions données**.

Exemple

$$\frac{7}{3} < \frac{\mathbf{15}}{\mathbf{6}} < \frac{8}{3}$$

$$\text{car } \frac{7}{3} = \frac{14}{6} ; \frac{8}{3} = \frac{16}{6} \text{ et } \frac{14}{6} < \frac{\mathbf{15}}{\mathbf{6}} < \frac{16}{6}$$

ÉQUATIONS

Définitions

Équation
Une égalité ; deux expressions.

Solutions
Valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'égalité est vraie.

Différents types d'équations

Équation du premier degré

Équation produit nul
Si un produit est nul, alors un de ses facteurs est nul.

Équation du second degré
Rendre le second membre nul.

Factorisation possible

Factorisation impossible : on ne peut pas résoudre en cycle 4.

Outils pour résoudre un problème

- **Reconnaître** si on peut modéliser algébriquement.
- **Repérer l'inconnue**. La nommer par une lettre.
- **Traduire** par une égalité entre deux expressions faisant intervenir l'inconnue.
- **Résoudre** : trouver la solution mathématique.
- **Donner** la solution au sens du problème.

Trouver les solutions

Par essai erreur
Exemple : $2x + 2 = 3$
La solution est $\frac{1}{2}$.

En remontant les calculs
Exemple : $7x + 1 = -3$
 $?$ \leftarrow $(\times 7)$ \rightarrow $?$ \leftarrow $(+1)$ \rightarrow -3
 $-\frac{4}{7}$ \leftarrow $(\div 7)$ \rightarrow -4 \leftarrow (-1) \rightarrow -3

Résolution experte

- Utiliser les **propriétés des expressions équivalentes**, dans un membre ou l'autre.
- **Ajouter ou soustraire** le même nombre aux deux membres.
- **Multiplier ou diviser** les deux membres par le même nombre non nul.

Exemple : $5x = 3(1 + x)$ \rightarrow **distributivité**
 $5x = 3 + 3x$
 $-3x$ \leftarrow $5x = 3 + 3x$ \rightarrow $-3x$
 $2x = 3$
 $\div 2$ \leftarrow $2x = 3$ \rightarrow $\div 2$
 $x = \frac{3}{2}$

Graphiquement

- Trouver une valeur approchée.
- Valider ou non, en testant la solution.

Exemple : $x^2 - \frac{5}{3}x - \frac{2}{3} = 0$

Les solutions semblent être $-\frac{1}{4}$ et 2 .
Vérifications :

- $2^2 - \frac{5}{3} \times 2 - \frac{2}{3} = 0$, donc **2** est solution.
- $(-\frac{1}{4})^2 - \frac{5}{3} \times (-\frac{1}{4}) - \frac{2}{3} \neq 0$, donc $-\frac{1}{4}$ n'est pas solution.

EXPRESSIONS LITTÉRALES

Valeur de l'expression

- Elle dépend de la valeur de la **lettre**.
- Dans un calcul, une **même lettre** a toujours la **même valeur**.

Calculs avec lettres et nombres

Formule

- Relation entre variables
- Lettre / abréviation

Exemples

L pour longueur ; ℓ pour largeur.

Traduction

d'un programme de calcul.

Permet la **généralisation**.

Vocabulaire

Somme : la dernière opération est + ou -.
Produit : la dernière opération est \times ou \div .

Simplification

- Signe \times
- Propriétés de la multiplication
- Puissances

Transformations d'écriture

Distributivité

$$ka + kb = k(a + b)$$

$ka + kb$
somme

factoriser

$k(a + b)$
produit

développer

Choix de la forme adaptée au problème

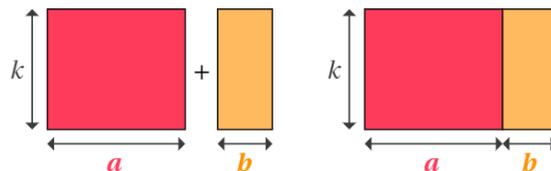
Somme ou produit

Identités remarquables : outil de factorisation

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$



$$\text{Aire} = k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

Expressions égales

Deux expressions sont **égales** si, pour toutes les valeurs de la lettre, elles sont égales.

Identité
→ À prouver.

Comparaison

Expressions différentes

Deux expressions sont **différentes** si une valeur donne des résultats différents.

Contre-exemple

Y a-t-il des valeurs d'égalité ?
→ Résoudre l'équation.

MASSE **MASSE VOLUMIQUE**

Définition
Quantité de matière qui constitue un objet.

Définition
Grandeur physique qui caractérise la masse d'un matériau par unité de volume.

Unité légale
kg

Unité légale
kg/m³

Ordres de grandeur

- Un litre d'eau → 1 kg
- Un homme adulte → en moyenne environ 70 kg
- Une montre → environ 50 g
- Une voiture → environ 1,2 t

Ordres de grandeur

- Masse volumique de l'eau → 1 000 kg/m³
- Masse volumique du bois (sapin) → 450 kg/m³
- Masse volumique du plomb → 11 350 kg/m³

Conversions

• Préfixes :

- kilo** → mille
- hecto** → cent
- déca** → dix
- déci** → dixième
- centi** → centième
- milli** → millième
- etc.

• Tonne : **1 t = 1 000 kg**

Exemples

- 4 500 mg = 4 500 ÷ 1 000 g = 4,5 g
- 36 g = 36 × 1 000 mg = 36 000 mg

Conversions

÷ 1 000 ÷ 1 000 ÷ 1 000 ÷ 1 000 ÷ 1 000 ÷ 1 000

km³ hm³ dam³ m³ dm³ cm³ mm³

× 1 000 × 1 000 × 1 000 × 1 000 × 1 000 × 1 000

Exemple

1 kg/m³ = 1 000 g ÷ 1 000 dm³ = 1 g/dm³ = 1 g/L