# Tables de multiplication

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | **1** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **2** | 2 | **4** | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| **3** | 3 | 6 | **9** | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 |
| **4** | 4 | 8 | 12 | **16** | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 |
| **5** | 5 | 10 | 15 | 20 | **25** | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| **6** | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | **36** | 42 | 48 | 54 | 60 |
| **7** | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | **49** | 56 | 63 | 70 |
| **8** | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | **64** | 72 | 80 |
| **9** | 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | **81** | 90 |
| **10** | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | **100** |

| | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| **2** | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 |
| **3** | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 |
| **4** | 44 | 48 | 52 | 56 | 60 |
| **5** | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 |
| **6** | 66 | 72 | 78 | 84 | 90 |
| **7** | 77 | 84 | 91 | 98 | 105 |
| **8** | 88 | 96 | 104 | 112 | 120 |
| **9** | 99 | 108 | 117 | 126 | 135 |
| **10** | 110 | 120 | 130 | 140 | 150 |
| **11** | **121** | 132 | 143 | 154 | 165 |
| **12** | 132 | **144** | 156 | 168 | 180 |
| **13** | 143 | 156 | **169** | 182 | 195 |
| **14** | 154 | 168 | 182 | **196** | 210 |
| **15** | 165 | 180 | 195 | 210 | **225** |

# Critères de divisibilité :

Un nombre est divisible, :

- par 2 : s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8. ex : 218
- par 3 : si la somme des chiffres est dans la table du 3. ex : 723 *(car 7+2+3=12 dans la table du 3)*
- par 5 : s'il se termine par 0 ou 5. ex : 495
- par 9 : si la somme des chiffres est dans la table du 9. ex : 729 *(car 7+2+9=18 dans la table du 9)*
- par 10 : s'il se termine par 0. ex : 1050
- par 4 : si les 2 derniers chiffres forment un multiple de 4. ex : 12324 *(car 24 est dans la table du 4)*

# Tableaux de conversions

| partie entière | | | | | | | | | | | | place de la virgule | partie décimale | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Milliards | | | Millions | | | Milliers | | | | | | | | | millièmes | | | millionièmes | | |
| Centaines de milliards | dizaines de milliards | milliards | centaines de millions | dizaines de millions | millions | centaines de milliers | dizaines de milliers | milliers | centaines | dizaines | unités | | dixièmes | centièmes | millièmes | Dix-millièmes | Cent-millièmes | millionièmes | Dix-millionièmes | Cent-millionièmes |
| | | | | | | | | | | | | . | | | | | | | | |

ATTENTION à bien placer le chiffre des **unités** toujours **à droite**.

**longueurs**

| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |

**aires**

| $km^2$ | | $hm^2$ ha | | $dam^2$ a | | $m^2$ ca | | $dm^2$ | | $cm^2$ | | $mm^2$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | |

**volumes et contenances**

| $km^3$ | | | $hm^3$ | | | $dam^3$ | | | $m^3$ | | | $dm^3$ | | | $cm^3$ | | | $mm^3$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | kL | hL | daL | L | dL | cL | mL | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

**masses**

| | | t | q | | kg | hg | dag | g | dg | cg | mg |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | |

**Durées**

1 min = 60 s

1 h = 60 min = 3600 s

1 j = 24 h

# Fractions :

La fraction $\frac{a}{b}$ est le résultat de la division $a:b \quad (b \neq 0)$

*numérateur* *dénominateur*

**fraction d'une quantité :**

3/5 **de** 1200 grammes c'est $\frac{3}{5} \times 1200 = \frac{3 \times 1200}{5} = \frac{3600}{5} = 720$ , soit 720 grammes

**Propriété: égalité de fractions**

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{ou} \quad \frac{a}{b} = \frac{a:k}{b:k} \quad \text{avec } b \neq 0 \text{ et } k \neq 0$$

| Application n°1: simplification de fractions | Application n°2: réduction au même dénominateur |
|---|---|
| $\frac{18}{30} = \frac{6 \times 3}{6 \times 5} = \frac{3}{5}$<br>On repère une **table commune** au numérateur et au dénominateur en essayant toujours de trouver la plus grande possible (ici **6**) afin de rendre la fraction irréductible. *(sinon plusieurs étapes seront nécessaires)* | Réduire $\frac{5}{6}$ et $\frac{7}{8}$ à un même dénominateur :<br>**listes des multiples :**<br>6, 12, 18, **24** ***(le 4ème donc*** $\times$ ***4)***<br>8, 16, **24** ***(le 3ème donc*** $\times$ ***3)***<br>$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24}$ et $\frac{7}{8} = \frac{7 \times 3}{8 \times 3} = \frac{21}{24}$<br>*Remarque : cela permet de comparer des fractions.* |

*Avec la calculatrice :*

*Réglage :* SECONDE → CONFIG →▼→ 4 : SIMP → 2 : Manuel

*Utilisation :* 18 30 EXE

il s'affiche $\frac{18}{30}$ ⇩ , ce qui signifie que la fraction peut se simplifier : Simp EXE

Il s'affiche alors : F=2 ; $\frac{9}{15}$ ⇩ : la fraction a été simplifiée par le facteur 2 (F=2)

et on a alors obtenu la fraction $\frac{9}{15}$ , qui est encore simplifiable (à cause de la flèche).

Il faut continuer ainsi jusqu'à la disparition de la flèche. La fraction obtenue sera alors irréductible.

| Opérations | Méthodes | Exemples | |
|---|---|---|---|
| Addition et soustraction | • Quand les fractions ont le même dénominateur, on additionne les numérateurs.<br>• Quand les fractions n'ont pas le même dénominateur, **on les réduit au même dénominateur**. | $C = \frac{5}{4} - \frac{14}{12}$<br>$C = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} - \frac{14}{12}$<br>$C = \frac{15}{12} - \frac{14}{12}$<br>$C = \frac{1}{12}$ | $D = \frac{11}{6} + \frac{3}{8}$<br>listes des multiples :<br>6, 12, 18, **24** ***(le 4ème donc*** $\times$ ***4)***<br>8, 16, **24** ***(le 3ème donc*** $\times$ ***3)***<br>$D = \frac{11 \times 4}{6 \times 4} + \frac{3 \times 3}{8 \times 3}$<br>$D = \frac{44}{24} + \frac{9}{24}$<br>$D = \frac{53}{24}$ |
| Multiplication | **On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.** | $\frac{5}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{5 \times 4}{3 \times 7} = \frac{20}{21}$ | |
| Division | **Diviser revient à multiplier par l'inverse.** | $\frac{2}{9} : \frac{3}{4} = \frac{2}{9} \times \frac{4}{3} = \frac{2 \times 4}{9 \times 3} = \frac{8}{27}$ | |

# Calcul numérique :

## Les nombres relatifs

*Attention à bien distinguer* ***addition/soustraction*** *et* ***multiplication/division*** *:*

| Addition / soustraction : | Multiplication / division : |
|---|---|
| • On garde le **signe du plus grand**<br><br>• **1er cas :** même signe, alors on ajoute<br>ex : $-3-7=-10$<br>• **2ème cas :** signes différents, alors on soustrait<br>**ex :** $-9+5=-4$ | • **règle des signes**<br>+ par + et - par - → +<br>+ par - et - par + → -<br><br>• produit ou quotient des valeurs.<br>**ex :** $(-3)\times(-7)=21$<br>$(-64):(+8)=-8$<br>$\frac{-18}{-6}=3$ |

Exemple : Calculer $A=(-6)+(-5)-(-8)-(+9)+(+3)-(-7)$

*Méthode :*

$A=-6-5+8-9+3+7$ *On enlève les parenthèses à l'aide de la règle des signes*

$\left.\begin{matrix}+(+...)\\-(-...)\end{matrix}\right\} \rightarrow +$

$\left.\begin{matrix}-(+...)\\+(-...)\end{matrix}\right\} \rightarrow -$

$A=8+3+7-6-5-9$ *On écrit les positifs d'abord puis les négatifs*

$A=18-20$ *On ajoute les positifs ensemble et les négatifs ensemble*

$A=-2$ *On applique la règle ci-dessus pour l'addition/soustraction*

**Remarque :**

Le produit de plusieurs nombres relatifs a pour signe :
- **+** s'il y a un nombre **pair** de **facteurs négatifs**
- **-** s'il y a un nombre **impair** de **facteurs négatifs.**

## Règles de priorité :

1. ( ) et [ ]
2. Puissances
3. $\times$ et :
4. + et -

Exemples :

$A=5\times3+(27-3\times8)$

$A=5\times3+(27-24)$

$A=5\times3+3$

$A=15+3$

$A=18$

$B=3\times(-5)-[25-2^3\times2]+2^3$

$B=3\times(-5)-[25-8\times2]+2^3$

$B=3\times(-5)-[25-16]+2^3$

$B=-15-9+8$

$B=-24+8$

$B=-16$

 ou 

# Puissances :

**Définitions :**

Soit $n$ un entier supérieur ou égal à $1$ et $a$ un nombre réel non nul.

| Notations | Exemples |
|---|---|
| $a^n = \underbrace{a \times \ldots \times a}_{n\ facteurs\ a}$ | $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ |
| $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ | $3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}$ |
| $a^1 = a$ | $18^1 = 18$ |
| $a^0 = 1$ | $3^0 = 1$ (par convention) |

**ATTENTION :** $(-2)^4 \neq -2^4$ ,en effet

$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$ et $-2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = -16$ .

**Puissances de 10**

$10^5 = 100\,000$ ; $10^{-4} = 0{,}0001$

*5 zéros* *4 zéros avec une virgule*

**Opérations sur les puissances :**

Soient $a$ et $b$ deux nombres réels non nuls, et $m$ et $n$ deux entiers relatifs.

| | Règles de calcul | Exemples | |
|---|---|---|---|
| Sans parenthèses | $a^m \times a^n = a^{m+n}$ | $5^7 \times 5^4 = 5^{7+4} = 5^{11}$ | *On regarde ce qui est en commun et on le réécrit une seule fois* |
| | $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ | $\dfrac{3^7}{3^{-4}} = 3^{7-(-4)} = 3^{11}$ | |
| Avec parenthèses | $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ | $5^6 \times 2^6 = (5 \times 2)^6 = 10^6$ | |
| | $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$ | $\dfrac{6^3}{2^3} = \left(\dfrac{6}{2}\right)^3 = 3^3$ | |
| | $(a^m)^n = a^{m \times n}$ | $(5^3)^{-4} = 5^{3 \times (-4)} = 5^{-12}$ | |

L'**écriture scientifique** d'un nombre est de la forme $a \times 10^n$ avec a un nombre ayant **un seul chiffre non nul avant la virgule.**

Exemples : $4\,200\,000 = 4{,}2 \times 10^6$ $0{,}0019 = 1{,}9 \times 10^{-3}$

*si le nombre de départ est **plus grand**,*
*il faut une puissance **positive** pour compenser.*

*s'il est **plus petit**,*
*la puissance doit être **négative***

**Préfixes**

| Puissances de 10 | Préfixes | Symboles |
|---|---|---|
| $10^9$ | giga | G |
| $10^6$ | méga | M |
| $10^3$ | kilo | k |
| $10^2$ | hecto | h |
| $10^1$ | déca | da |
| $10^{-1}$ | déci | d |
| $10^{-2}$ | centi | c |
| $10^{-3}$ | milli | m |
| $10^{-6}$ | micro | µ |
| $10^{-9}$ | nano | n |

Exemples :

$5\,kilogramme = 5\,kg = 5 \times 10^3\,g = 5000\,g$ .

$37\,micromètres = 37\,\mu = 37 \times 10^{-6}\,m$

# Arithmétique :

## *ATTENTION : On travaille uniquement avec des **nombres entiers***

## Diviseurs

**Méthode : trouver tous les diviseurs d'un nombre entier :**

| | |
|---|---|
| Exemple :<br>Diviseurs de 60 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60<br>***s'aider des critères de divisibilité sous les tables de multiplication*** | *On commence par les extérieurs et on resserre l'étau :*<br>• *1 marche toujours*<br>• *On essaie ensuite 2, puis 3, puis 4… Dès qu'un nombre est un diviseur, on cherche celui qui lui est associé.* |

On dit que deux nombres sont **premiers entre eux** lorsque leur **seul diviseur commun est 1.** *(autrement dit ils n'ont aucune table commune sauf celle du 1).*

Exemples :

- 15 et 14 sont premiers entre eux
- *12 et 56 ne sont pas des nombres premiers entre eux, car ils sont pairs, donc tous les deux divisibles par 2.*

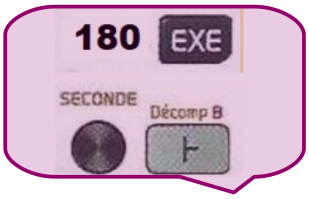
## Nombres premiers et décomposition :

Un nombre est **premier** s'il possède exactement **deux diviseurs** qui sont **1 et lui-même.**

**Méthode : Décomposer un nombre en produits de facteurs premiers.**

*Tout nombre ⩾ à 2 peut se décomposer en produits de facteurs premiers. Cette décomposition est unique (à l'ordre près)*

Exemples :




| | |
|---|---|
| 180 | 2 |
| 90 | 2 |
| 45 | 3 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

Donc $180=2^2\times3^2\times5$

| | |
|---|---|
| 126 | 2 |
| 63 | 3 |
| 21 | 3 |
| 7 | 7 |
| 1 | |

Donc $126=2\times3^2\times7$

On teste dans l'ordre chaque nombre premier s'il est ou non un diviseur.
**il faut donc connaître le début de la liste des nombres premiers :**

**2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 …**

C'est fini lorsque l'on trouve 1 !

**APPLICATONS**

### PGCD (Plus Grand Commun Diviseur)

$180=\underline{2}^2\times\underline{3}^2\times5$ $\quad 126=\underline{2}\times\underline{3}^2\times7$

$\text{PGCD}(180;126)=2\times3^2=2\times9=18$ *(On prend ce qui est en commun, autrement dit la **plus petite puissance** de chaque nombre premier apparaissant)*

Donc le PGCD de 180 et 126 est 18.

**Application :** Pour rendre une fraction irréductible, on la simplifie par le PGCD du numérateur et du dénominateur.

$$\frac{180}{126}=\frac{180:18}{126:18}=\frac{10}{7}$$

ou $\dfrac{180}{126}=\dfrac{\cancel{2}^2\times\cancel{3^2}\times5}{\cancel{2}\times\cancel{3^2}\times7}=\dfrac{2\times5}{7}=\dfrac{10}{7}$

### PPCM (Plus Petit Commun Multiple)

$180=2^2\times3^2\times5$ $\quad 126=2\times3^2\times7$

$\text{PPCM}(180;126)=2^2\times3^2\times5\times7=4\times9\times5\times7=1260$

*(On prend la **plus grande puissance** de chaque nombre premier apparaissant dans les deux décompositions)*

Donc le PPCM de 180 et 126 est 1260.

**Application :** Pour mettre au même dénominateur deux fractions afin de les additionner ou les comparer, on utilise le PPCM.

$$\frac{11}{180}=\frac{11\times7}{180\times7}=\frac{77}{1260} \quad \text{Et} \quad \frac{5}{126}=\frac{5\times10}{126\times10}=\frac{50}{1260}$$

**Ce qui manque pour avoir le PPCM**

# Calcul littéral :

**Avec la calculatrice :**
3 X - 7
CALC Il s'affiche X ?
Rentrer la valeur souhaitée : ici -2
EXE

**Calculer pour** $x=\dots$ **:**
Calculer la valeur numérique de l'expression $3x-7$ pour $x=-2$.
*Méthode :* $3\times(-2)-7=-6-7=-13$ *On remplace la lettre x par -2.*
*Attention*, $3x=3\times x$

*Attention : il faut toujours prendre un terme avec son signe devant.*

**Réduire** = écrire avec le moins de termes possibles.
Exemple : $8x-4x^2-3x+8+2x^2=-2x^2+5x+8$ *On regroupe les termes de la même famille (pommes, poires, ...)*

| *Développement* | Méthodes | Exemples | |
|---|---|---|---|
| Règles de distributivité | Simple distributivité : $k(a+b)=ka+kb$ | $5(x-3)=5x-15$ | |
| | Double distributivité : $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ | $(3x-2)(7x-4)$ <br> $=21x^2-12x-14x+8$ <br> $=21x^2-26x+8$ | *On multiplie chaque terme entre eux en appliquant la règle des signes* |
| Identités remarquables | $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ <br> $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ <br> $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ | $(3x-4)^2=(3x)^2-2\times3x\times4+4^2$ <br> $=9x^2-24x+16$ Double produit <br> $(2x+7)(2x-7)=(2x)^2-7^2$ <br> $=4x^2-49$ | |

| *Factorisation* | Méthodes | Exemples | |
|---|---|---|---|
| Avec un facteur commun | $ka+kb=k(a+b)$ | * $x^2-3x=x(x-3)$ <br> * $(x+2)(x-5)-(x+2)(3x-1)$ <br> $=(x+2)[(x-5)-(3x-1)]$ <br> $=(x+2)[x-5-3x+1]$ <br> $=(x+2)(-2x-4)$ | *On repère tout ce qui est en commun, on le met devant, puis on écrit tout ce qui reste dans une parenthèse.* |
| Avec une identité remarquable | $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ <br> $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ <br> $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ | $4x^2-12x+9=(2x)^2-2\times2x\times3+3^2$ <br> $=(2x-3)^2$ <br> $36x^2-81=(6x)^2-9^2$ <br> $=(6x-9)(6x+9)$ | *Il faut commencer par repérer les carrés et vérifier le double produit en présence de 3 termes.* |

**Attention : pour supprimer une parenthèse :**

- s'il y a une **multiplication** (peut être cachée) avant ou après, alors on **distribue**
- Sinon : s'il y a un + devant, on peut supprimer la parenthèse
  s'il y a un **– devant**, on **distribue le –** à toute la parenthèse.

# Calcul littéral :

**Avec la calculatrice :**
3 X - 7
CALC Il s'affiche X ?
Rentrer la valeur souhaitée : ici -2
EXE

**Calculer pour $x = \ldots$ :**
Calculer la valeur numérique de l'expression $3x-7$ pour $x=-2$ .
*Méthode :* $3\times(-2)-7=-6-7=-13$ *On remplace la lettre x par -2.*
*Attention*, $3x=3\times x$

*Attention : il faut toujours prendre un terme avec son signe devant.*

**Réduire** = écrire avec le moins de termes possibles.
Exemple : $8x-4x^2-3x+8+2x^2=-2x^2+5x+8$ *On regroupe les termes de la même famille (pommes, poires, ...)*

| *Développement* | Méthodes | Exemples |
|---|---|---|
| Règles de distributivité | Simple distributivité : $k(a+b)=ka+kb$ | $5(x-3)=5x-15$ |
| | | |

| *Factorisation* | Méthodes | Exemples |
|---|---|---|
| Avec un facteur commun | $ka+kb=k(a+b)$ | * $x^2-3x=x(x-3)$ |
| | | |

# Équations :

**PRINCIPE DE LA BALANCE : tout ce que l'on fait à droite doit être fait à gauche et inversement.**

**2 équations type**

| **Équation du premier degré de la forme** $\boxed{ax+b=cx+d}$ | **Équation produit de la forme** $\boxed{(ax+b)(cx+d)=0}$ |
|---|---|
| $4x-2=2x-7$ (-2 $x$)<br>$4x-2x-2=-7$<br><br>$2x-2=-7$ (+2)<br>$2x=-7+2$<br><br>$2x=-5$ (: 2)<br>$x=\frac{-5}{2}$<br><br>$x=-2{,}5$<br><br>La solution de l'équation est -2,5 | $(4x-7)(3x+2)=0$<br>Un produit est nul si et seulement si au moins un des facteurs est nul.<br>$4x-7=0$ (+7) ou $3x+2=0$ (-2)<br>$4x=7$ (: 4) ou $3x=-2$ (: 3)<br>$x=\frac{7}{4}$ ou $x=\frac{-2}{3}$<br>$x=1{,}75$<br><br>Les solutions de l'équation sont 1,75 et $\frac{-2}{3}$ |

**Équation d'une autre forme :**

On commence par **Développer, puis réduire**

4 cas se présentent alors :

- Les « $x$ » sont seuls
- Les « $x^2$ » disparaissent
- Les « $x^2$ » sont seuls
- Il y a des « $x^2$ » et des « $x$ »

il faut :

1. **tout passer à gauche pour avoir =0**
2. **factoriser**

| **Équation carré** |
|---|
| $x^2=5$<br><br>$x=\sqrt{5}$ ou $x=-\sqrt{5}$<br>Les solutions de l'équation sont $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$<br><br>ATTENTION :<br>$x^2=0$ a une seule solution : 0<br>$x^2=-7$ n'a pas de solution |

# Statistiques (pour exploiter les données d'un sondage)

Exemple du pêcheur : Un pêcheur a mesuré la taille des poissons remontés dans son filet.

Exemple des SMS : On demande à des élèves de 4ème combien de SMS ils envoient par jour.

## Recueillir et organiser des données :

Exemple du pêcheur :

- On **recueille** les données et voici ses mesures (en cm) :
  9 13 11 10 12 13 14 14 10 14 14 10 14 12 15 15 12 15 15 13 15 15 13 15

- On **organise** les données dans un tableau :

Effectif total
=
nombre de données

Nombre de

4+1

| Taille ( en cm) | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Effectifs** | 1 | 3 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | **24** |
| **Effectifs cumulés croissants** | 1 | 4 | **5** | 8 | 12 | 17 | 24 | |
| **Fréquences** | $\frac{1}{24}$ | $\frac{3}{24}$ | $\frac{1}{24}$ | $\frac{3}{24}$ | $\frac{4}{24}$ | $\frac{5}{24}$ | $\frac{7}{24}$ | 1 |
| **Fréquences en pourcentages** | 4,2 | 12,5 | 4,2 | 12,5 | 16,7 | 20,8 | 29,2 | 100 |

On peut alors dire que 12 poissons font moins de 13 cm

$$fréquence = \frac{effectif\ de\ la\ valeur}{effectif\ total}$$

$$fréquence\ en\ \% = \frac{effectif\ de\ la\ valeur}{effectif\ total} \times 100$$

Quand les données recueillies prennent trop de valeurs différentes, on les regroupe en **classes**.

Exemple des SMS :

6 élèves envoient entre 30 et 59 SMS par jour.

**Une classe d'amplitude 29**

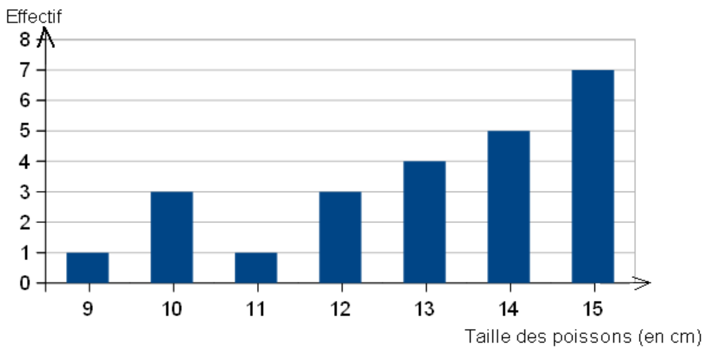
| Nombre *n* de SMS | $0 \leq n < 30$ | $30 \leq n < 60$ | $60 \leq n < 90$ | $90 \leq n < 120$ | $120 \leq n < 150$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectifs | 2 | 6 | 10 | 5 | 1 |

# Représenter graphiquement des données :

## Exemple du pêcheur :

### Diagramme en bâtons ou en barres :

Permet de voir rapidement les réponses les plus fréquentes.




Nombre de poissons en fonction de leur taille

**Attention :** les barres doivent être toutes de la même largeur.

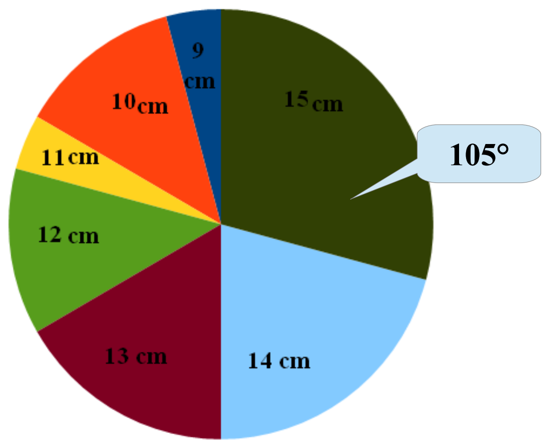
### Diagramme circulaire :

Permet de voir directement la répartition des données.

En revanche, pour pouvoir le dessiner, il faut **calculer les angles auparavant :**

| Taille ( en cm) | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectifs | 1 | 3 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 24 |
| Angles (en °) | 15 | 45 | 15 | 45 | 60 | 75 | 105 | 360° |

Produit en croix $\frac{7\times360}{24}$



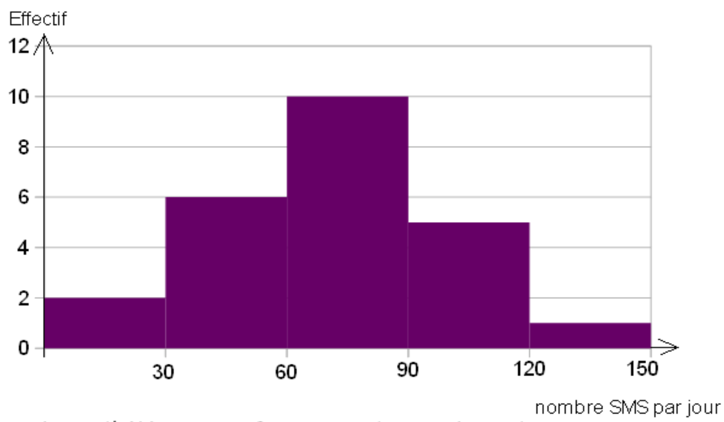

Nombre de poissons en fonctions de leur taille

## Exemple des SMS :

### Histogramme :

Permet de représenter une série de données regroupées en **classes**.

Il rend les données recueillies plus lisibles, mais il perd en précision.




Nombre d'élèves en fonction du nombre de SMS par jour

# Traiter et interpréter des données :

**Étendue** = plus grande valeur – plus petite valeur. Exemple du pêcheur : e = 15-9=6.

Cela signifie qu'il y a 6 cm d'écart entre le plus grand et le plus petit poisson.

**Moyenne** = $\dfrac{\textit{Somme de toutes les valeurs}}{\textit{Effectif total}}$

Exemple : Voici les notes de Raphaël en maths au premier trimestre : 12 15 13,5 9,5 10 14

$$M=\frac{12+15+13{,}5+9{,}5+10+14}{6}=\frac{74}{6}=12{,}3 \quad .$$

Cela signifie que s'il avait eu la même note à chaque devoir, il aurait eu 12,3.

Attention aux effectifs

Exemple du pêcheur : $M=\dfrac{9\times1+10\times3+11\times1+12\times3+13\times4+14\times5+15\times7}{1+3+1+3+4+5+7}\simeq13{,}04$

Cela signifie que si les poissons du filet faisaient tous la même taille, ils feraient 13,04 cm.

**Médiane** = Les données étant rangées dans l'**ordre croissant**, la **médiane** est le nombre qui partage la série en deux groupes de même effectif.

Exemple : **(avec une liste)**

- Voici les 9 notes de maths du trimestre d'Inès : 7 18 17 15 16 15 12 12 13

  On les classe par **ordre croissant** : $\underbrace{7-12-12-13}_{4\ notes}$ - $\underbrace{15}_{médiane}$ - $\underbrace{15-16-17-18}_{4\ notes}$

- Eric a eu seulement 8 notes : 9 14 16 15 16 11 12 11

  On les classe par **ordre croissant** : $\underbrace{9-11-11-12}_{4\ notes}$ - $\underbrace{14-15-16-16}_{4\ notes}$

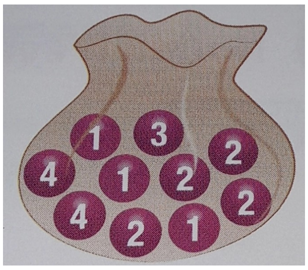
  Médiane : $\dfrac{12+14}{2}=13$

Exemple du pêcheur : **(avec un tableau d'effectifs)** Soit N le nombre total de valeurs (l'effectif total). Deux cas de figure se présentent :

| **Si N est pair :** | **Si N est impair :** |
|---|---|
| Ici $N=24$. On calcule : $\frac{24}{2}=12$.<br>La médiane est donc la moyenne entre la 12ème et la 13ème valeur, soit entre 13 et 14 (d'après les **effectifs cumulés croissants**), donc $\frac{(13+14)}{2}=13{,}5$.<br>Cela signifie qu'au moins 50% des poissons mesurent 13,5 cm ou plus. | Un poisson mesurant 15 cm n'est pas bon à la consommation et est donc jeté par le pêcheur.<br>On a alors : $N=23$. On calcule $\frac{23}{2}=11{,}5$.<br>La médiane est donc la 12ème valeur, soit 13 (d'après les **effectifs cumulés croissants**).<br>Cela signifie qu'au moins 50% des poissons mesurent 13 cm ou moins |

# Probabilités

## Vocabulaire :



**expérience aléatoire** => dû au hasard

**issues** => résultats possibles

**événement** => une condition qui peut être, ou ne pas être réalisée.

**événement élémentaire** => réalisé par une seule issue

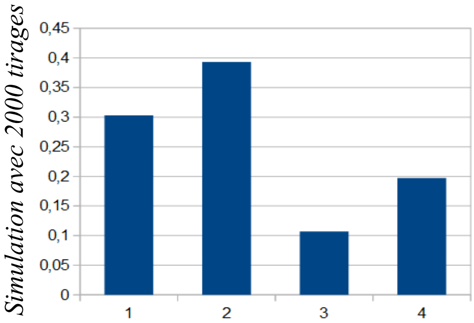
*Ici :*

- *On tire au hasard une boule et on regarde le numéro obtenu.*
- *Quatre issues : 1, 2, 3 et 4*
- ***A : « On obtient un nombre pair ».***
  ***B : « On obtient un nombre supérieur ou égal à 2 »***
- ***C : « On obtient 1 »***

## Notion de probabilité :

**Définition :** La **probabilité** d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1 qui exprime « la chance qu'a un événement de se produire ». $p(A)=\dfrac{nombre\,de\,cas\;favorables}{nombre\,de\,cas\;possibles}$

- *On a six chances sur dix que l'événement A se réalise, d'où* $p(\mathrm{A})=\dfrac{6}{10}=0{,}6$ *(60%)*
- *On a trois chances sur dix que l'événement C se réalise, d'où* $p(\mathrm{C})=\dfrac{3}{10}=0{,}3$




=ENT(ALEA()*10)+1

***Remarque :*** *Lorsque l'on répète un grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement devient proche de sa probabilité.*

Lorsque toutes les issues ont la même probabilité d'être réalisées, on dit qu'il s'agit d'une situation **d'équiprobabilité**. Ce n'est pas le cas ici.

## Événements particuliers :

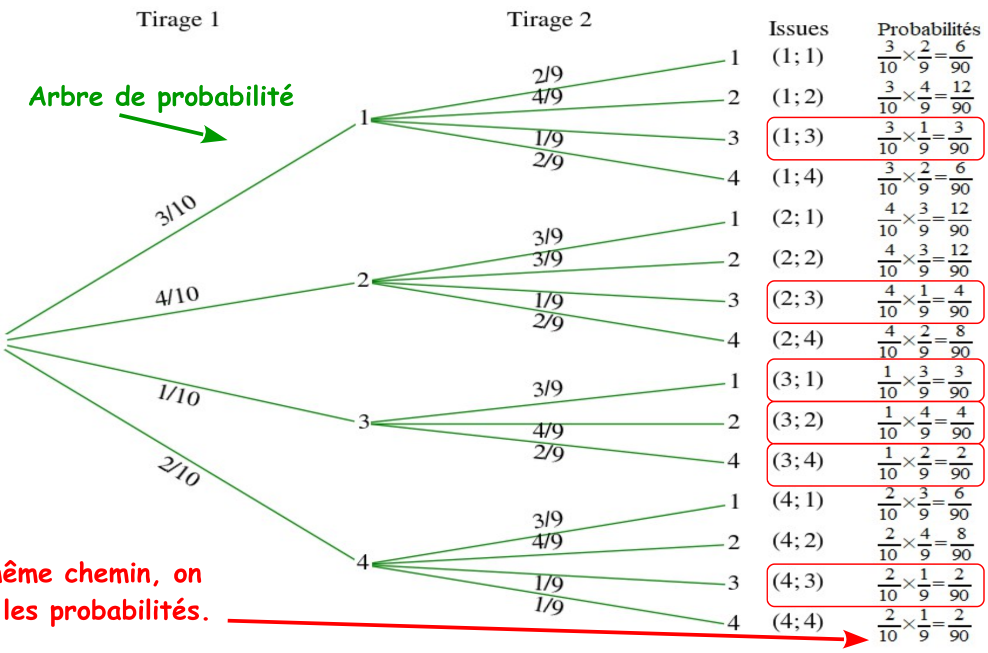
| | |
|---|---|
| • **événement impossible** : de probabilité nulle. | • *« Obtenir 8 »* |
| • **événement certain** : de probabilité 1. | • *« Obtenir un nombre supérieur à 0 »* |
| • Deux événements A et B sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se réaliser simultanément. On a alors : $\boxed{p(\mathrm{A}\,ou\,\mathrm{B})=p(\mathrm{A})+p(\mathrm{B})}$ | • *A et C sont incompatibles. On a donc :* $p(\mathrm{A}\,ou\,\mathrm{C})=p(\mathrm{A})+p(\mathrm{C})=\dfrac{6}{10}+\dfrac{3}{10}=\dfrac{9}{10}$ |
| • L'**événement contraire** de A, noté $\overline{\mathrm{A}}$ ou **non A**, est l'ensemble de toutes les issues de n'appartenant pas à A. On a alors : $\boxed{p(non\,\mathrm{A})=p(\overline{\mathrm{A}})=1-p(\mathrm{A})}$ | • *B est l'événement contraire de C, d'où :* $p(\mathrm{B})=p(non\,\mathrm{C})=1-p(\mathrm{C})=1-\dfrac{3}{10}=\dfrac{7}{10}$ |

## Deux épreuves :

On tire à présent deux fois de suite une boule, sans remette la première dans le sac, et on cherche la probabilité de :

D : « Obtenir au moins un 3 »

**Arbre de probabilité**




$$p(\mathrm{D})=\frac{3}{90}+\frac{4}{90}+\frac{3}{90}+\frac{4}{90}+\frac{2}{90}+\frac{2}{90}$$

$$p(\mathrm{D})=\frac{18}{90}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$$

**Sur un même chemin, on multiplie les probabilités.**

# Proportionnalité:

## Tableau de proportionnalité et techniques de base :

Lorsque deux grandeurs proportionnelles sont en jeu, il peut être utile de **faire un tableau de proportionnalité**, que l'on pourra compléter à l'aide des différentes techniques ci-dessous :

| Coefficient de proportionnalité | Multiplication (ou division) | Addition (ou soustraction) | Produit en croix |
|---|---|---|---|

**Coefficient de proportionnalité**

| | | |
|---|---|---|
| Données A | 5 | 7 |
| Données B | 16 | **22,4** |

X3,2

$coefficient=\frac{arrivée}{départ}$

**Multiplication (ou division)**

X4

| | | |
|---|---|---|
| Données A | 2 | 8 |
| Données B | 6 | **24** |

X4

**Addition (ou soustraction)**

+

| | | | |
|---|---|---|---|
| Données A | 3,1 | 1,55 | 4,65 |
| Données B | 6 | 3 | **9** |

+

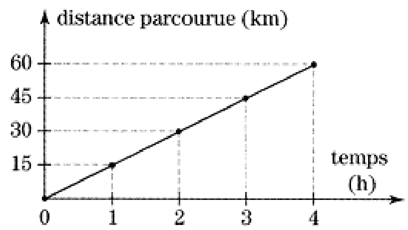
**Produit en croix**

| | | |
|---|---|---|
| Données A | 21 | 35 |
| Données B | 15 | **25** |

$\frac{15\times35}{21}=25$

## Représentation graphique d'une situation de proportionnalité :

**Une droite qui passe part l'origine**
(c'est en fait une fonction linéaire)




## Pourcentages :

| **Si on connaît le pourcentage :** | **Si on cherche le pourcentage :** |
|---|---|
| Ex : 13% de la population sont des retraités. En sachant qu'il y a 1700 habitants dans cette ville, combien y a-t-il de retraités ?<br><br>*Méthode :*<br>13% **de** 1700 soit $\frac{13}{100}\times1700=221$<br>Donc il y a 221 retraités dans cette ville. | Ex : Dans cette même ville, il y a 935 personnes actives sur les 1700 habitants. Combien cela représente-il en pourcentage ?<br><br>*Méthode :* 935 **sur** 1700<br>$\frac{935}{1700}\times100=55.$<br>Donc il y a 55 % de personnes actives. |

***En cas de blocage, faire un tableau.***

### Augmentations et réductions :

Augmentation de 30% : $nombre\ de\ départ\times\left(1+\frac{30}{100}\right)$

Diminution de 25% : $nombre\ de\ départ\times\left(1-\frac{25}{100}\right)$

# Échelles :

Échelle $\frac{1}{800}$ ← Sur le plan ← Dans la réalité

1 **cm** sur le plan représente 800 **cm** en réalité, soit 8 m.

Attention, les nombres sont **dans la même unité.**

On peut ensuite faire un tableau de proportionnalité pour calculer d'autres valeurs.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Distance sur le plan (cm) | 1 | | | |
| Distance réelle (cm) | 800 | | | |

# Vitesses :

Vitesse en km/h ou km.h$^{-1}$ → $v=\frac{d}{t}$ ← Distance en km ← Temps en h

*Si l'on connaît 2 données, on peut trouver la 3ème comme ci-dessous,* ***mais attention à bien convertir si ce ne sont pas les bonnes unités dans l'énoncé.***

**Exemple-méthode :** données de l'énoncé : temps de 5h18min. Vitesse moyenne de 35 km/h.

$$v=\frac{d}{t}$$

$$35=\frac{d}{5{,}3}$$

$$\frac{35}{1}=\frac{d}{5{,}3}$$

Produit en croix

$$d=\frac{35\times 5{,}3}{1}$$

$$d=185{,}5\,km.$$

Conversion du temps :
1h ↔ 60 min
? ↔ 18min
On fait un produit en croix : $\frac{1\times 18}{60}=0{,}3$ , d'où 18min=0,3h

***En cas de blocage, faire un tableau.***

## Conversions de vitesse :

| Convertir des km/h en m/s : | Convertir des m/s en km/h: |
|---|---|
| 54km/h signifie que l'on parcourt<br>54 km en 1h<br>: 3600 54 000 m en 1h : 3600<br>15 m en 1s<br>Donc 54 km/h=15 m/s | 9 m/s signifie que l'on parcourt<br>9 m en 1s<br>x 3600 0,009 km en 1s x 3600<br>32,4 km en 1h<br>Donc 9 m/s=32,4 km/h |

# Ratio :

- On dit que deux nombres $a$ et $b$ sont dans le **ratio** 16 : 9 si $\frac{a}{b}=\frac{16}{9}$. (ou encore $\frac{a}{16}=\frac{b}{9}$).
- Si trois nombres $x$, $y$ et $z$ sont dans le ratio 2 : 3 : 7, cela signifie que $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{7}$.

*En pratique, on utilise cette* ***notion de ratio*** *:*

- ***pour exprimer une quantité par rapport à une autre : on peut alors le simplifier comme une fraction.***
- *dans des cas de partage, où l'on pourra avoir recours à un tableau :*

On calcule le nombre total de parts

On inscrit le ratio sur la 1ère ligne

| | | | Total |
|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 7 | 12 |
| | | | |

On inscrit ici la valeur à partager, puis on effectue des produits en croix.

# Fonctions :

Soit par exemple la fonction :

$f : x \mapsto x^2$ ou $f(x) = x^2$

On a alors :

$f : 3 \rightarrow 9$

**antécédent** = « *avant* »   **image** = « *résultat* »

ou $f(3) = 9$

*Conseil : Penser à reformuler les phrases et questions avec les mots « avant » et « résultat » pour vous aider.*

## 1) Avec une formule :

| Pour calculer une **image** | Pour calculer le ou les **antécédent** |
|---|---|
| Exemple : $f(x) = 2x^2 - 3x$. Calculer l'image de -2.<br>$f(-2) = 2 \times (-2)^2 - 3 \times (-2)$ *On remplace tous les $x$ par -2.*<br>$f(-2) = 2 \times 4 + 6$ *On poursuit ensuite le calcul en respectant les règles de priorité.*<br>$f(-2) = 8 + 6$<br>$f(-2) = 14$<br>Donc l'image de -2 par la fonction $f$ est 14. | Exemple : $f(x) = 2x^2 - 3$. Calculer les antécédents de 47.<br>On cherche $x$ tel que $2x^2 - 3 = 47$<br>$2x^2 = 50$<br>$x^2 = 25$<br>d'où $x = 5$ ou $x = -5$<br>Donc les antécédents de 47 par la fonction $f$ sont 5 et -5. |

## 2) Avec un tableau :

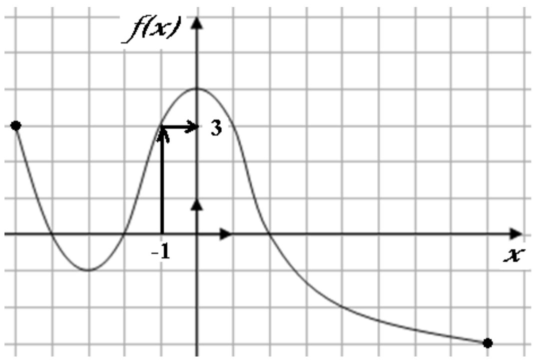
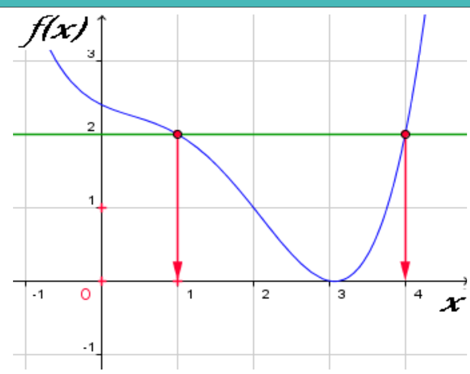
antécédent → / image →

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | -5 | -3 | 0 | 5.2 | 0 | 7 |

L'image de 1 par la fonction g est -3.

Les antécédents de 0 par la fonction g sont 2 et 4.

## 3) Avec un graphique :

| Pour lire une **image** | Pour lire le ou les **antécédent(s)** |
|---|---|
|  <br>L'image de -1 par la fonction $f$ est 3. |  <br>Les antécédents de 2 par la fonction $f$ sont 1 et 4. *(Penser à tracer la ligne horizontale en 2)* |

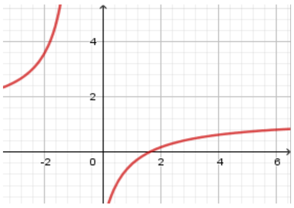
# Fonctions affines

## Une droite comme représentation graphique

**Fonctions**

Exemples : $f(x)=3x(4x-7)+7$ $g(x)=84x^2+2$

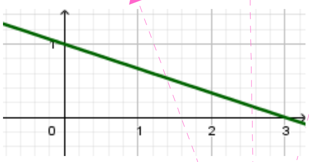
$h(x)=\dfrac{5x-8}{4x+3}$



**Fonctions affines** $f(x)=ax+b$ ordonnée à l'origine

Exemples : $i(x)=3x-5$

$j(x)=\dfrac{-1}{3}x+1$

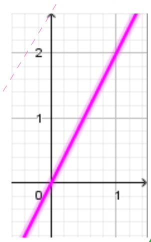


**Fonctions linéaires** $f(x)=ax$

*ici $b=0$ : droite qui passe par l'origine*

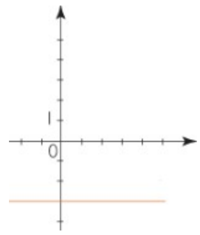
Exemples : $l(x)=2x$

$k(x)=\dfrac{5}{7}x$



**Fonctions constantes**

Ex : $m(x)=-3$



coefficient directeur (donne la direction)

*Si a>0, la droite « monte »* *Si a=0, la droite est parallèle à l'axe des abscisses* *Si a<0, la droite « descend ».*

### Représenter une fonction affine (ou linéaire)

Exemple :

$f(x)=\dfrac{3}{2}x-2$ . $f$ est une **fonction affine**, donc sa représentation graphique est une droite.

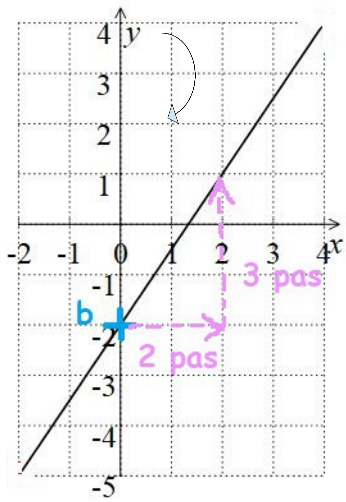
Il faut donc chercher **deux points**.

1. On repère l'ordonnée à l'origine : ici b = -2
2. Ensuite, en partant de ce point, on regarde le coefficient directeur : ici $a=\dfrac{3}{2}$

1 pas → $\dfrac{3}{2}$ pas

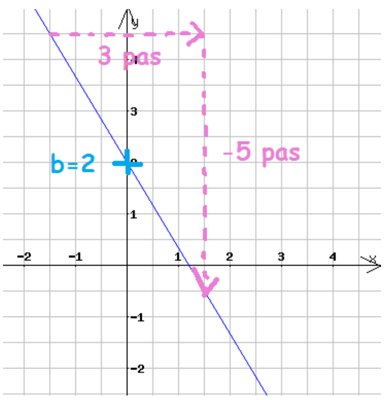
2 pas → 3 pas

x 2 qui est le dénominateur (pour se débarrasser de la fraction)



### Déterminer graphiquement l'expression algébrique d'une fonction affine (ou linéaire)

Exemple :



$g$ est une **fonction affine**, car sa représentation graphique est une **droite qui ne passe pas par l'origine**, donc de la forme $g(x)=ax+b$ .

1. On lit $b$ sur l'axe des ordonnées, ici b = 2
2. D'après le graphique, on trouve :

: 3 3 pas → -5 pas : 3

d'où 1 pas → $\dfrac{-5}{3}$ pas

d'où $a=-\dfrac{5}{3}$

donc $g(x)=-\dfrac{5}{3}x+2$ .

# Inéquations :

<table>
<tr>
<td>

<u>Enoncé :</u> Résoudre $7x-4<5x+8$

<u>Méthode :</u>

$$7x-4<5x+2$$

$$2x-4<2$$

$$2x<6$$

$$x<3$$

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres réels strictement inférieurs à 3.

</td>
<td>

<u>Enoncé :</u> Résoudre $2x-4\leq 5x+2$

<u>Méthode :</u>

$$2x-4\leq 5x+2$$

$$-3x-4\leq 2$$

$$-3x\leq 6$$

$$x\geq -2$$

*Attention à la dernière étape, quand on divise par un nombre* ***négatif,*** *il faut* ***changer le sens de l'inégalité***

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres réels supérieurs ou égaux à -2

</td>
</tr>
</table>

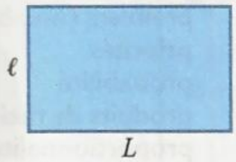
# AIRES ET PERIMETRES

### Carré


Périmètre : $4c$

Aire : $c^2$

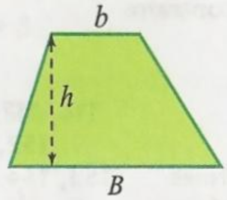
### Rectangle




Périmètre : $2(L+\ell)$

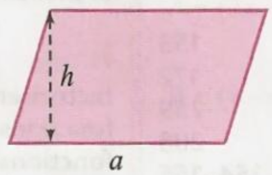
Aire : $L \times \ell$

### Trapèze



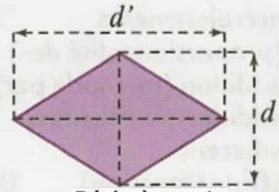

Aire : $\dfrac{B+b}{2} \times h$

### Parallélogramme




Aire : $a \times h$

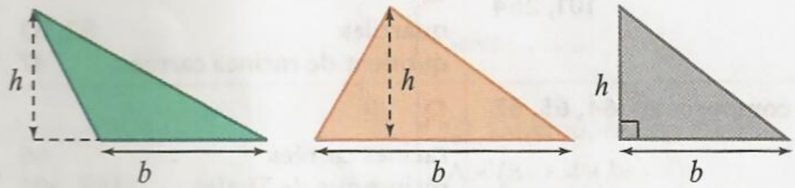
### Losange




Périmètre : $4c$

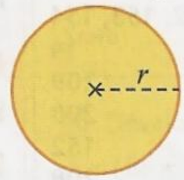
Aire : $\dfrac{d \times d'}{2}$

### Triangles




Aire : $\dfrac{b \times h}{2}$

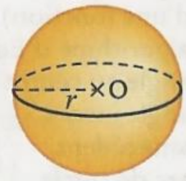
### Cercle et disque




Périmètre du cercle : $2\pi \times r$

Aire du disque : $\pi \times r^2$

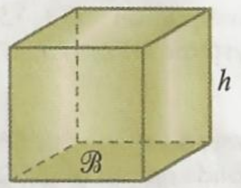
### Sphère



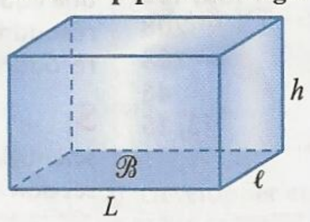

Aire de la sphère : $4\pi r^2$

# VOLUMES

### Cube

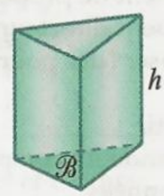



### Parallélépipède rectangle




### Cylindre

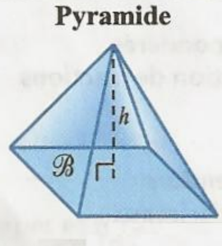

### Prisme droit




Volume $= \mathcal{A}_{\mathcal{B}} \times h$ $\mathcal{A}_{\mathcal{B}}$ : aire de la base ; $h$ : hauteur du solide

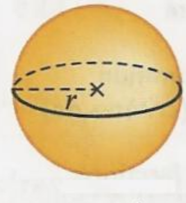
### Cône de révolution


### Pyramide




Volume $= \dfrac{\mathcal{A}_{\mathcal{B}} \times h}{3}$ $\mathcal{A}_{\mathcal{B}}$ : aire de la base ; $h$ : hauteur du solide

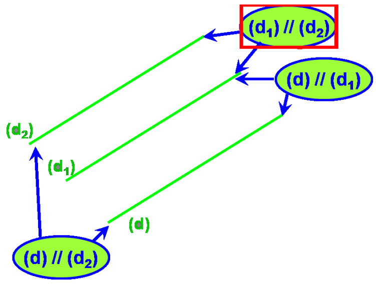
### Boule



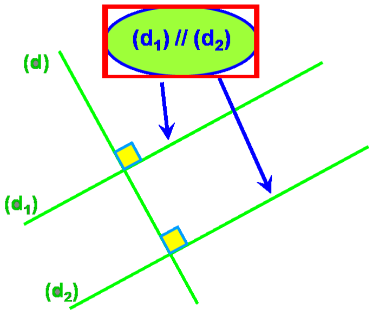

Volume : $\dfrac{4}{3}\pi r^3$

# Propriétés de géométrie diverses :

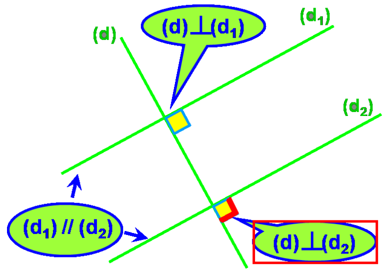
## Droites




D1 : Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont **parallèles** entre elles.



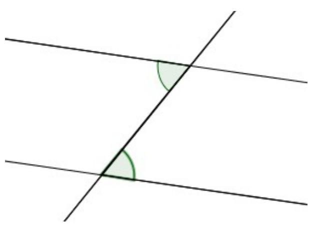

D2 : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont **parallèles** entre elles.



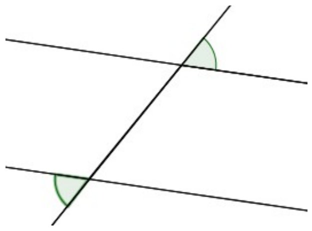

D3 : Si deux droites sont parallèles et si une troisième est perpendiculaire à l'une alors elle est **perpendiculaire** à l'autre.

## Angles :

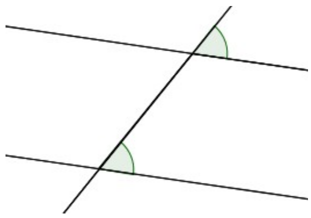
Alternes-internes



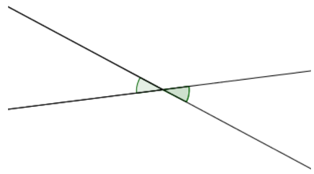
Alternes-externes



Correspondants



Opposés par le sommet

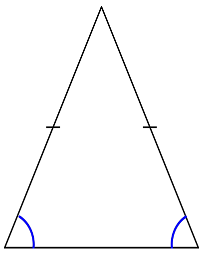


A1 : Si deux angles sont alternes-internes ou alternes-externes ou correspondants ou opposés par le sommet alors ils sont égaux.

A2 : Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes ou alternes-externes ou correspondants égaux, alors ces deux droites sont **parallèles**.

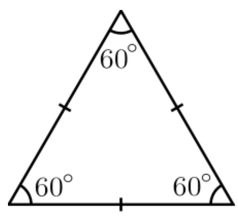
## Triangles

T1 : Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à **180°**



T2 : Si un triangle est **isocèle**, alors ses deux angles à la base ont la même mesure.

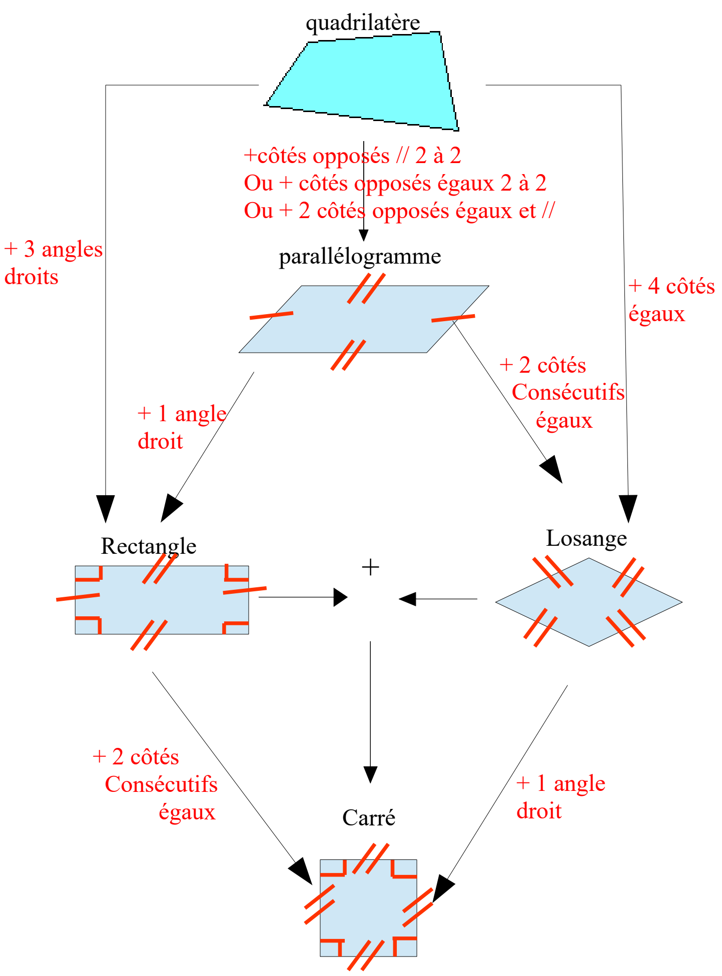
M1 : Si un point est sur la **médiatrice** d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment. (et réciproquement).




T3 : Si un triangle est **équilatéral**, alors ses trois angles ont la même mesure soit 60°.

# Propriétés sur les quadrilatères :

## Sur les côtés ou les angles :




***Parallélogramme :***

P1 Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux alors c'est un **parallélogramme**. (et réciproquement)

P2 Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur deux à deux, alors c'est un **parallélogramme**. (et réciproquement)

P3 Si un quadrilatère (non croisé) a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un **parallélogramme**.

***Losange :***

L1 Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur alors c'est un **losange**.

L2 Si un quadrilatère est un **losange** alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux et ses quatre côtés sont égaux.

L3 Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs égaux, alors c'est un **losange**.

***Rectangle :***

R1 Si un quadrilatère a 3 angles droits alors c'est un **rectangle**.

R2 Si un quadrilatère est un **rectangle** alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux, de même longueur et ses quatre angles sont droits.

R3 Si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un **rectangle**.

***Carré :***

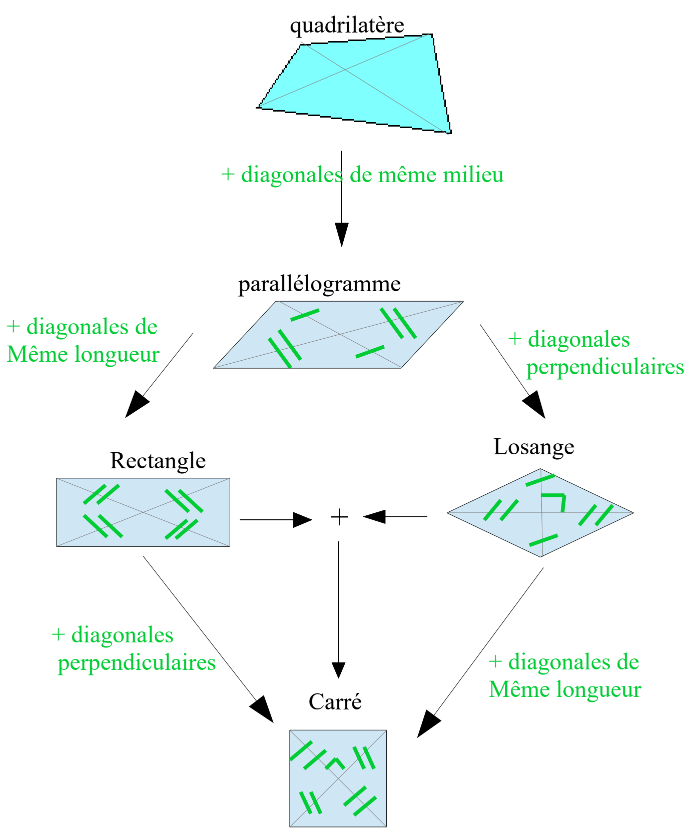
C1 Si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur et un angle droit alors c'est un **carré**.

C2 Si un quadrilatère est un **carré** alors il a quatre côtés de même longueur, quatre angles droits et ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.

C3 Si un losange a un angle droit alors c'est un **carré**.

C4 Si un rectangle a deux côtés consécutifs égaux alors c'est un **carré**.

## Sur les diagonales :




***Parallélogramme :***

P4 Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu alors c'est un **parallélogramme**. (et réciproquement)

***Losange :***

L4 Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu et sont perpendiculaires alors c'est un **losange**. (et réciproquement)

L5 Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un **losange**.

***Rectangle :***

R4 Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu et de même longueur alors c'est un **rectangle**. (et réciproquement)

R5 Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un **rectangle**.

***Carré :***

C5 Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu, de même longueur et perpendiculaires alors c'est un **carré**. (et réciproquement)

C6 Si un losange a ses diagonales de même longueur alors c'est un **carré**.

C7 Si un rectangle a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un **carré**.

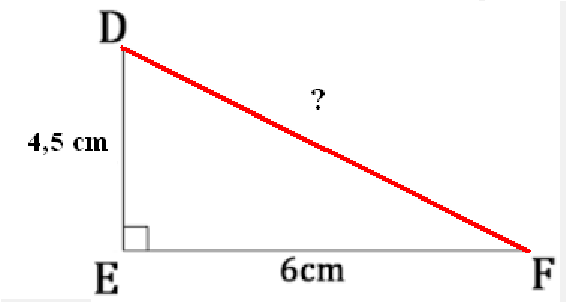
# Théorème de Pythagore :

## Pour calculer une longueur

**connaissant les deux autres dans un triangle rectangle**

***Attention : Faire au moins un dessin à main levée avant.***

### Calcul de la longueur de **l'hypoténuse**




Le triangle EDF est rectangle en E, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

On commence toujours par **l'hypoténuse**

$DF^2 = DE^2 + EF^2$

$DF^2 = 4{,}5^2 + 6^2$

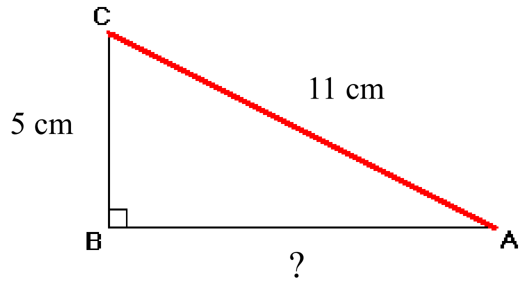
$DF^2 = 20{,}25 + 36$

$DF^2 = 56{,}25$

$DF = \sqrt{56{,}25}$

$DF = 7{,}5\,cm$

### Calcul de la longueur d'un **côté de l'angle droit.**




Le triangle ABC est rectangle en B, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$11^2 = AB^2 + 5^2$

$121 = AB^2 + 25$

$AB^2 = 121 - 25$

$AB^2 = 96$

$AB = \sqrt{96}$ valeur exacte

$AB \approx 9{,}8\,cm$ Arrondi au dixième

*On utilise la calculatrice* :


## Pour montrer qu'un triangle est rectangle ou non

**connaissant les 3 longueurs**

Soit EDF un triangle tel que ED=6, EF=8 et FD=10. Le triangle EDF est-il rectangle ?

**[FD] est le plus grand côté.**

On calcule : *Attention, à bien faire deux calculs séparés pour ensuite comparer.*

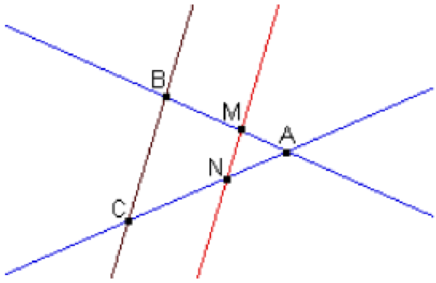
- $FD^2 = 10^2 = 100$
- $ED^2 + EF^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

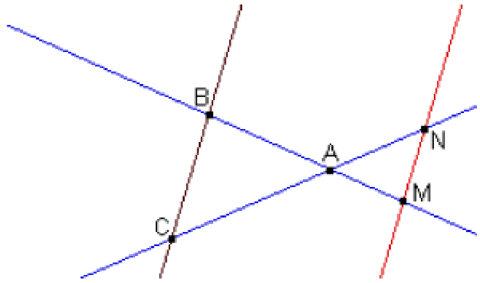
$FD^2 = ED^2 + EF^2$ , donc d'après la **réciproque** du théorème de Pythagore, le triangle EDF est rectangle **en E**.

*Remarque : si les deux résultats sont **différents,** on conclue que :*

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, donc le triangle n'est pas rectangle.

# Théorème de Thalès :




## Pour calculer une longueur

**quand on a deux droites parallèles et que l'on connaît au moins trois longueurs**

Énoncé : Calculer AB en sachant que (BC)//(MN), AM=3, NA=5,5, CA=12, BC=11

Méthode :

Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en **A**.
Les droites (BC) et (MN) sont parallèles, donc d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{BC}{MN}$$

$$\frac{AB}{3}=\frac{12}{5{,}5}=\frac{11}{MN}$$

Calcul de AB : $\frac{AB}{3}=\frac{12}{5{,}5}$

d'où $AB=\frac{3\times 12}{5{,}5}\approx 6{,}55$ (arrondi au centième)

*On choisit de faire les côtés du grand triangle sur ceux du petit ou l'inverse **(mettre les deux triangles en couleur pour s'aider)***

*On choisit la fraction avec la longueur cherchée et une deuxième dans laquelle tout est connu.*

## Pour montrer que deux droites sont parallèles ou non

**connaissant 4 longueurs au moins**

Enoncé : AM=2 ; MN=3,5 ; AB=6 ; BC=10,5. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Méthode :

Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en **A**.
On calcule :

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{AB}{AM}=\frac{6}{2}=3$ | $\cancel{\frac{AC}{AN}}$ | $\frac{BC}{MN}=\frac{10{,}5}{3{,}5}=3$ |

on a $\frac{AB}{AM}=\frac{BC}{MN}$ et les points B, A, M et C, A, N sont **alignés dans le même ordre** donc d'après la **réciproque** du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

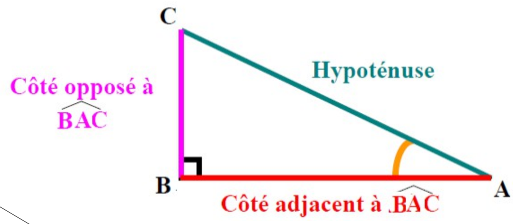
***Seules deux fractions suffisent.***
*Attention pour les deux calculs, il faut garder le **même ordre** : grand côté sur petit ou l'inverse.*
*Si la division ne se termine pas, penser à garder la valeur exacte ou essayer de tout inverser…*

Remarque : *si **les deux résultats sont différents**, on dit alors que **l'égalité de Thalès n'est pas vérifiée** et on conclue que **les droites ne sont pas parallèles** (il est alors inutile de préciser que les points sont alignés dans le même ordre).*

# Trigonométrie

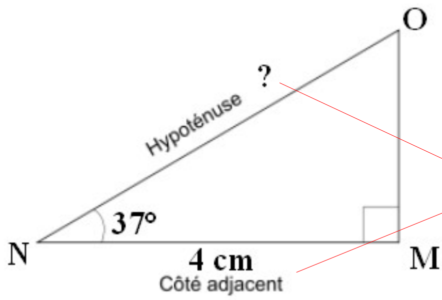
**Attention : toujours dans un triangle *rectangle***

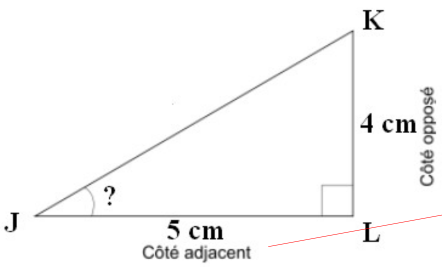
***Attention également à bien régler sa calculatrice en mode DEGRES.***


$$C=\frac{A}{H} \qquad S=\frac{O}{H} \qquad T=\frac{O}{A}$$

$$\cos(Angle)=\frac{adjacent}{hypoténuse}=\frac{AB}{AC} \qquad \sin(Angle)=\frac{opposé}{hypoténuse}=\frac{BC}{AC} \qquad \tan(Angle)=\frac{opposé}{adjacent}=\frac{BC}{AB}$$

<table>
<tr>
<th>Pour calculer une longueur,<br>connaissant une longueur et un angle :</th>
<th>Pour calculer un angle,<br>connaissant 2 longueurs :</th>
</tr>
<tr>
<td>
<u>Énoncé :</u> Soit MNO un triangle rectangle en M tel que MN=4 cm, et $\widehat{N}$ =37°.<br>
Calculer la longueur NO.<br><br>
<u>Méthode :</u><br>
Commencer par faire un dessin à main levée.<br><br>


Repérer les côtés, pour choisir la bonne formule :<br>
CAH-SOH-TOA<br>
$C=\frac{A}{H}$<br><br>
Dans le triangle MNO rectangle en M, on a :<br>
$\cos\widehat{N}=\frac{MN}{NO}$<br>
$\cos 37°=\frac{4}{NO}$<br>
$NO=\frac{4\times 1}{\cos 37°}$ (On fait un produit en croix en rajoutant sur 1 en dessous de cos 37)<br>
$NO\approx 5$
</td>
<td>
<u>Énoncé :</u> Soit JKL un triangle rectangle en L, tel que LK=4 cm et LJ=5 cm.<br>
Calculer l'angle $\widehat{J}$ .<br><br>
<u>Méthode :</u><br>
Commencer par faire un dessin à main levée.<br><br>


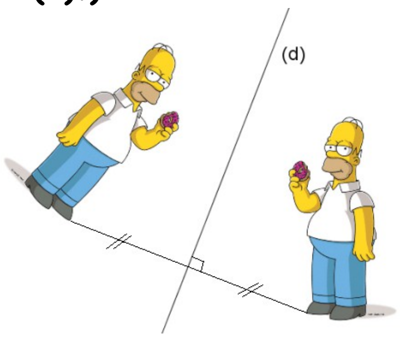
Repérer les côtés, pour choisir la bonne formule :<br>
CAH-SOH-TOA<br>
$T=\frac{O}{A}$<br><br>
Dans le triangle JKL, rectangle en L, on a :<br>
$\tan\widehat{J}=\frac{LK}{LJ}$<br>
$\tan\widehat{J}=\frac{4}{5}$<br>
$\tan\widehat{J}=0{,}8$<br>
d'où $\widehat{J}\approx 38{,}7°$ (On trouve l'angle avec la calculatrice en faisant Arctan, ou tan<sup>-1</sup> avec shift ou seconde)
</td>
</tr>
</table>

# Transformations

## Transformations qui conservent les longueurs, les angles, les aires et les volumes

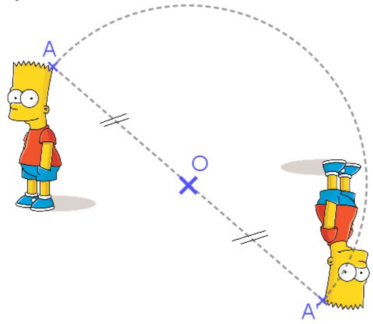
### Symétrie axiale

Symétrie axiale d'**axe (d) (on dit par rapport à la droite (d).)**



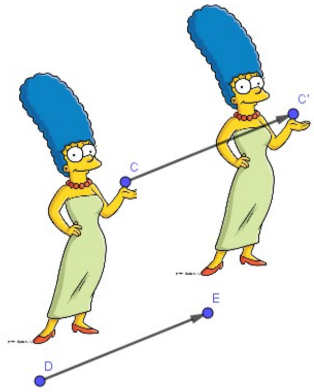

### Symétrie centrale

Symétrie centrale de **centre O (on dit par rapport au point O.)**



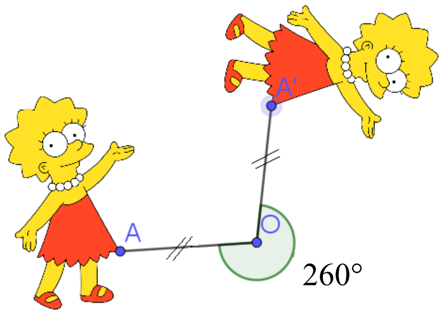

### Translation

Translation **qui envoie D en E.**




### Rotation

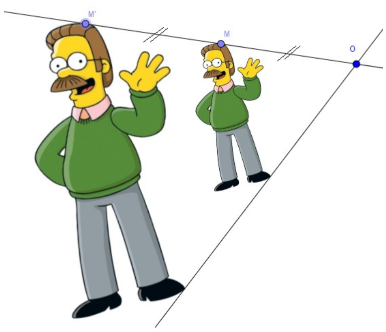
Rotation de **centre O** et d'**angle 260° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre**




## Transformations qui conservent seulement les angles.

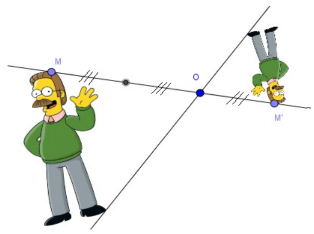
### Homothétie de rapport positif

homothétie de **centre O et de rapport 2**



### Homothétie de rapport négatif

homothétie de **centre O et de rapport -0,5**



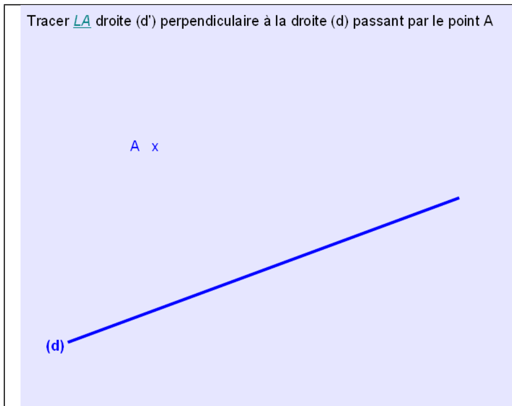
Le **coefficient d'agrandissement ou de réduction** est donnée par : $k = \frac{arrivée}{départ}$ . On a alors :

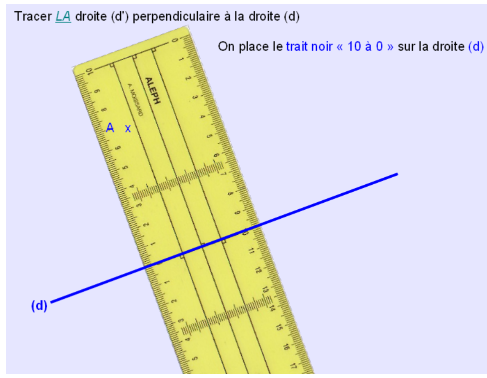
- pour les longueurs : $L_{\text{arrivée}} = k \times L_{\text{départ}}$
- pour les aires : $A_{\text{arrivée}} = k^2 \times A_{\text{départ}}$
- pour les volumes : $V_{\text{arrivée}} = k^3 \times V_{\text{départ}}$

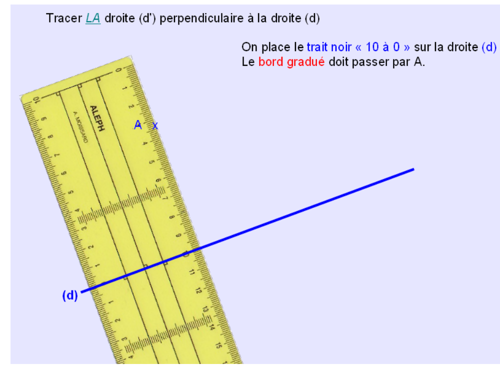
Si $k > 1$ , il s'agit d'un **agrandissement ;** Si $0 < k < 1$ , il s'agit d'une **réduction.**

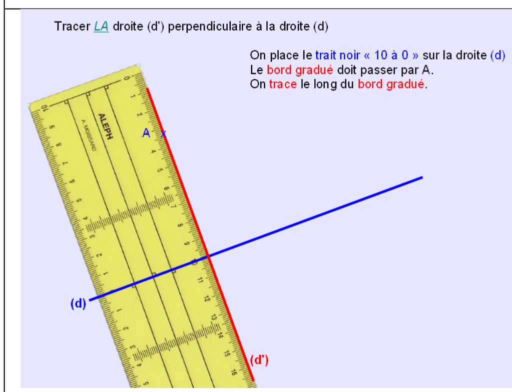
# Utilisation de la réquerre

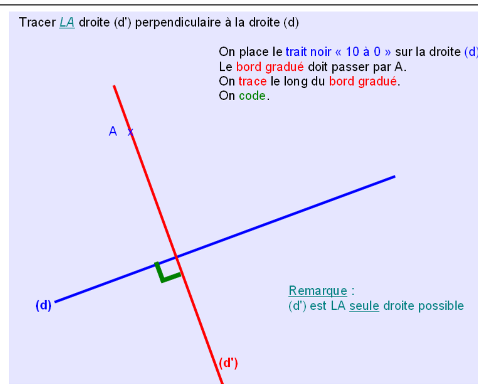
## 1 Tracer une perpendiculaire à une droite :



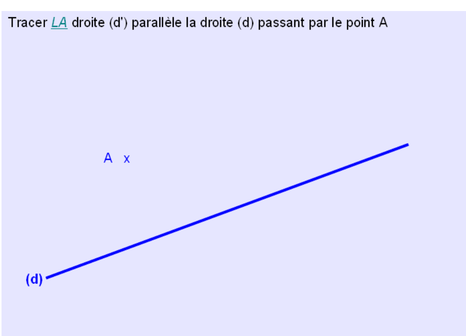



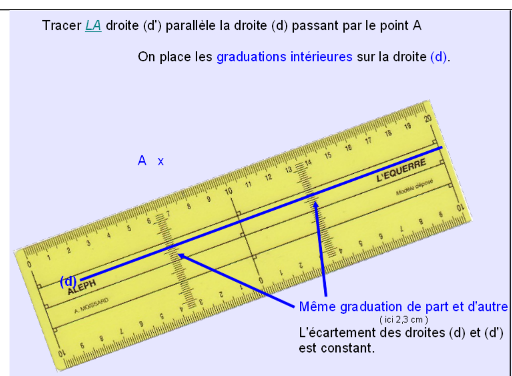



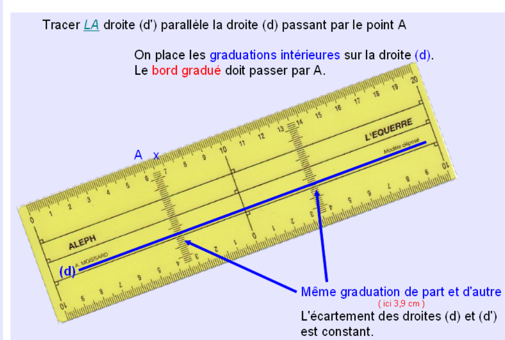



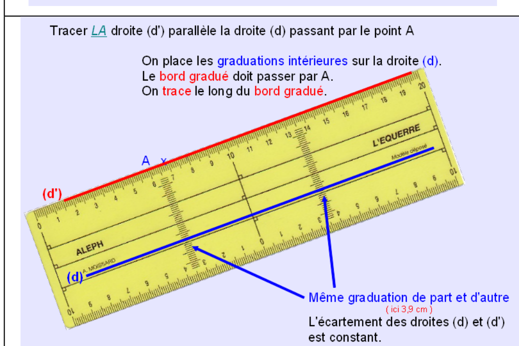



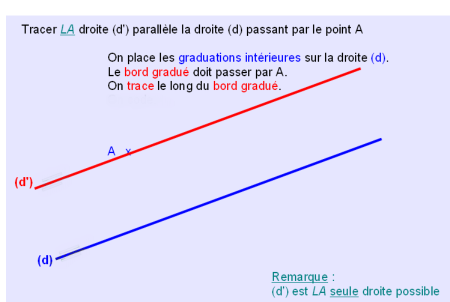

## 2 Tracer une parallèle à une droite :



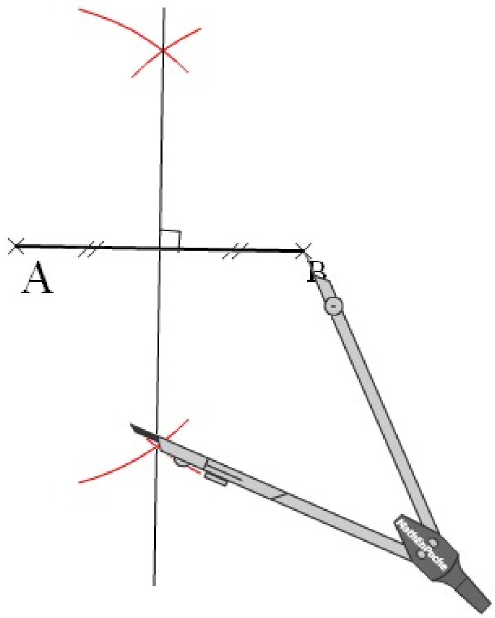



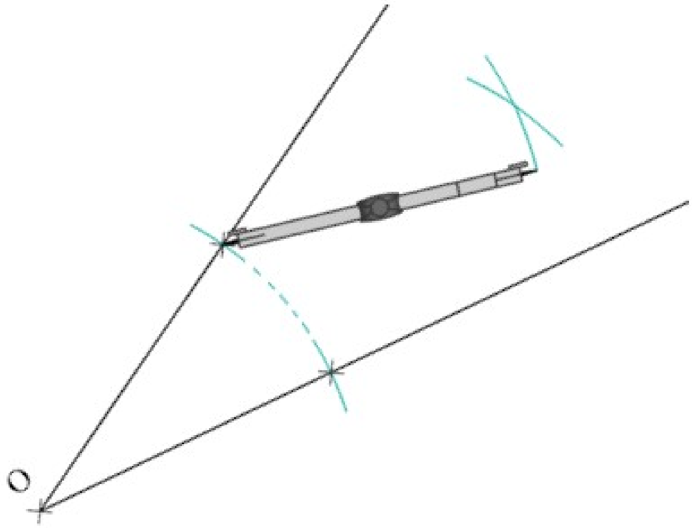



# Constructions géométriques

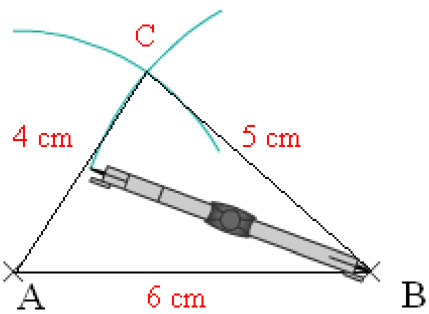
**Médiatrice d'un segment :**



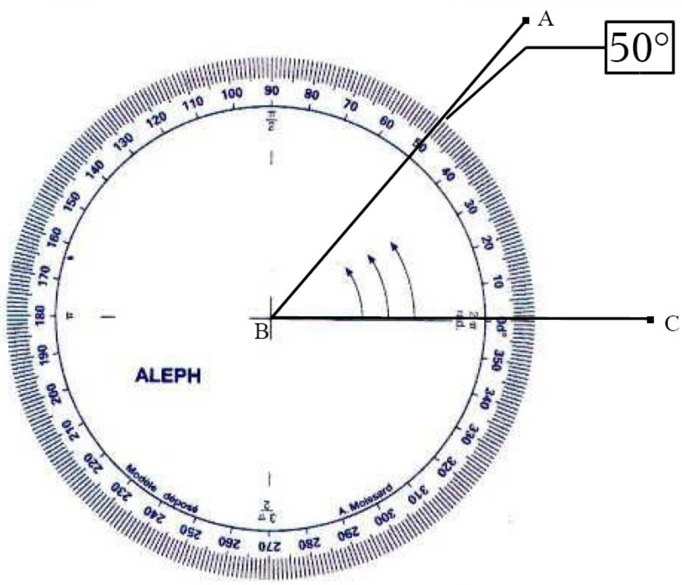

**Bissectrice d'un angle :**



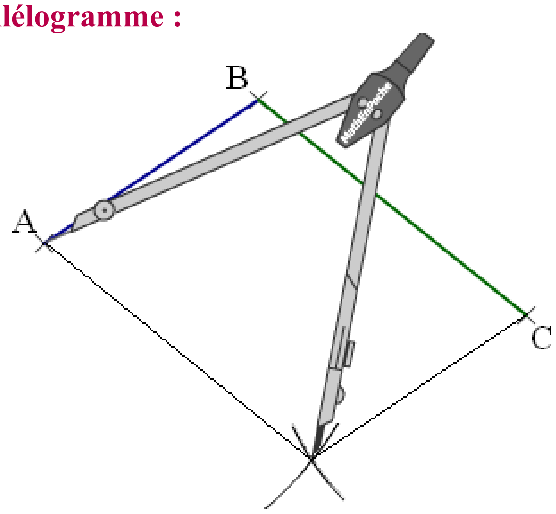

**Triangle connaissant trois longueurs :**



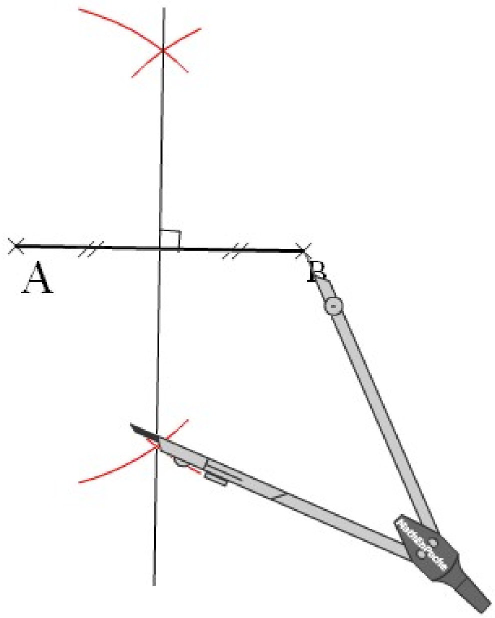
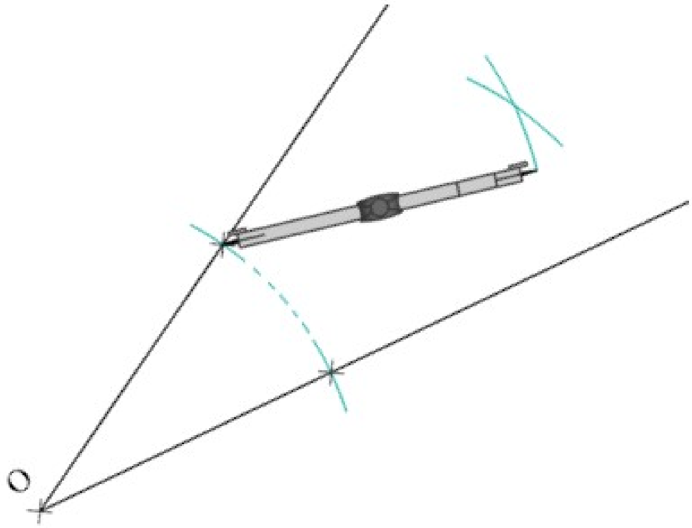
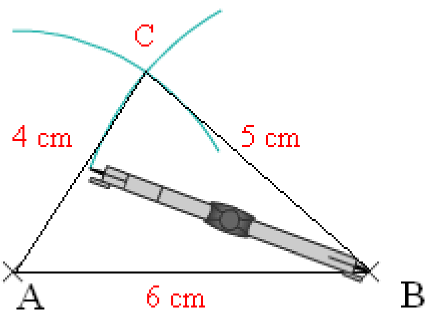
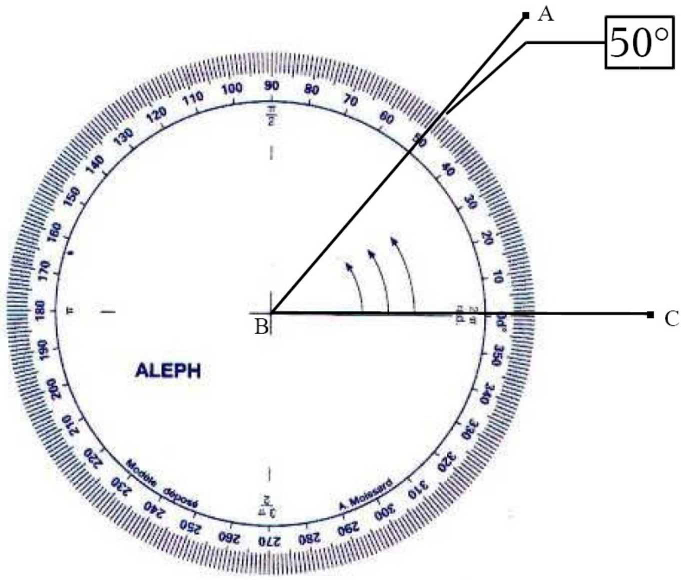

**Angles au rapporteur :**



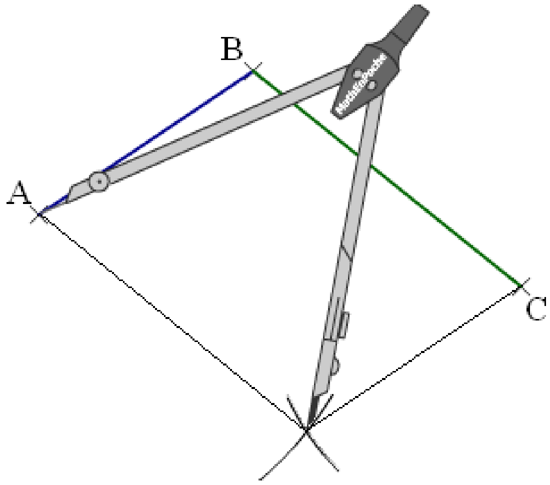

**Parallélogramme :**



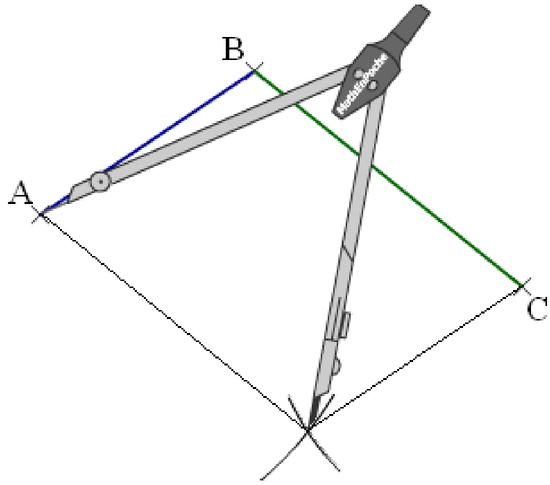
# Constructions géométriques

| | |
|---|---|
| **Médiatrice d'un segment :**  | **Bissectrice d'un angle :**  |
| **Triangle connaissant trois longueurs :**  | **Angles au rapporteur :**  |
| | |

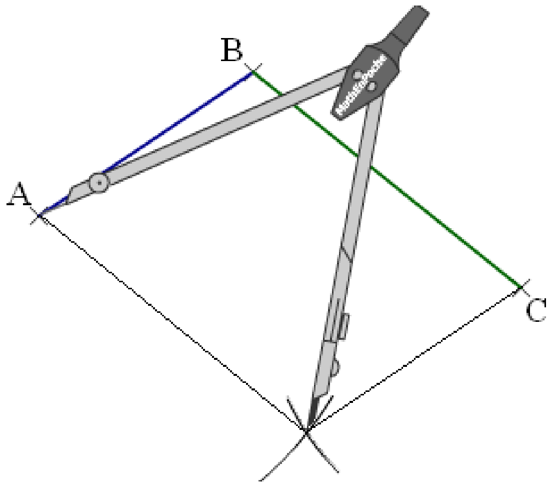
**Parallélogramme :**



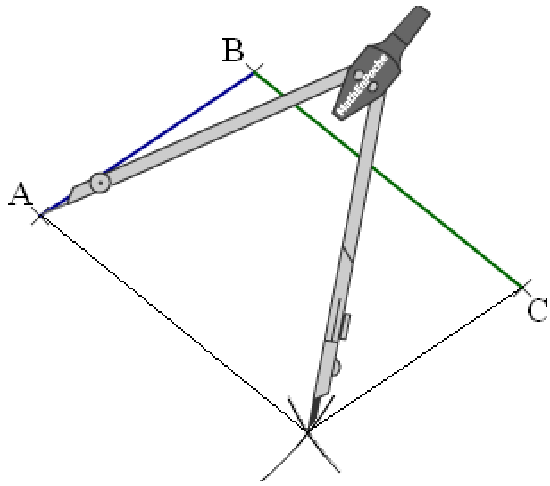

**Parallélogramme :**



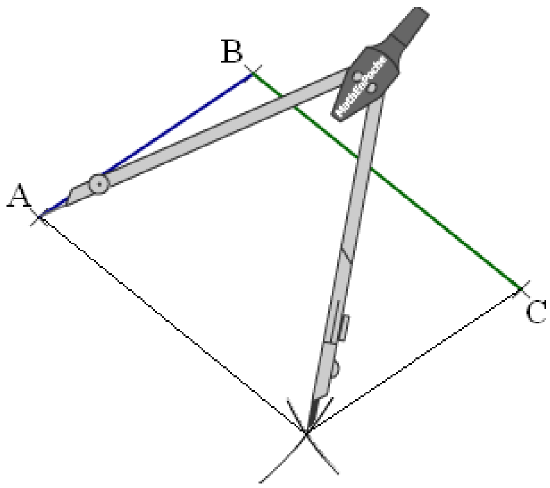

**Parallélogramme :**



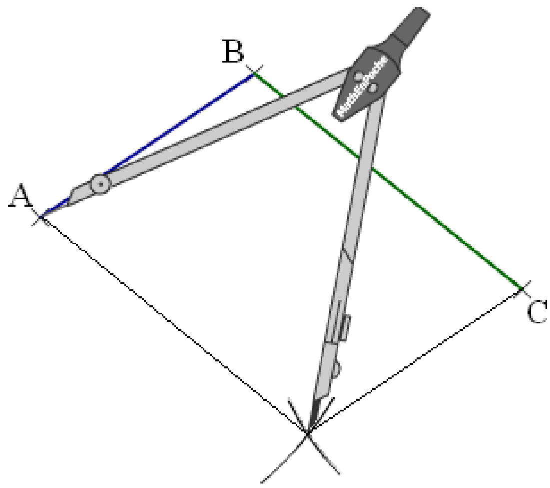

**Parallélogramme :**




**Parallélogramme :**




**Parallélogramme :**



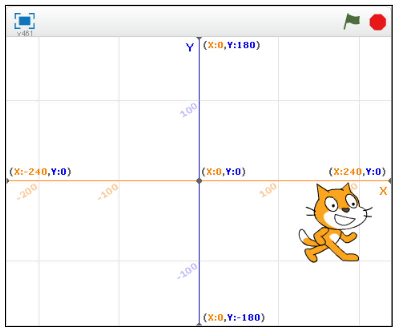
# Tableur :

- Les cases d'un tableur sont appelées "cellules" et sont désignées par une lettre suivie d'un nombre. Par exemple C2.

- Les formules utilisées dans les tableurs **commencent** par le signe **=**

- **Quelques formules à connaître :**
  - =A1+A2+A3 pour calculer la somme des nombres situés dans les cellules A1, A2 et A3.
  - =SOMME(A1**:**A15) pour calculer la somme de tous les nombres situés dans les cellules A1, **jusqu'à** A15.
    **Deux points**
  - =SOMME(A1**;**A15) pour calculer la somme des nombres situés dans les cellules A1 **et** A15.
    **Point virgule**
  - =B1*B4 permet de calculer le produit des nombres situés dans les cellules B1 et B4
  - =B1^2 ou = B1*B1 permet de calculer le carré du nombre situé dans la cellule B1
  - =PRODUIT(B1:B15) pour calculer le produit de tous les nombres situés dans les cellules B1, jusqu'à B15.
  - =B1/B4 pour calculer le quotient des nombres situés dans les cellules B1 et B4
  - =MIN(C1:C15) pour calculer le plus petit nombre situé dans les cellules C1 jusqu'à C15.
  - =MAX(C1:C15) pour calculer le plus grand nombre situé dans les cellules C1 jusqu'à C15.
  - =MOYENNE(A1:A15) permet de calculer la moyenne des nombres situés dans les cellules A1, jusqu'à A15.
  - =MEDIANE(A1:A15) permet de calculer la médiane des nombres situés dans les cellules A1, jusqu'à A15.
  - $ permet de fixer une cellule

## 1) Position




La scène où se déroule les scripts d'un projet Scratch est un rectangle dont les dimensions sont : 481 pixels horizontalement et 361 pixels verticalement. Elle est munie d'un repère que l'on peut afficher en choisissant l'arrière-plan nommé « `xy-grid` ».

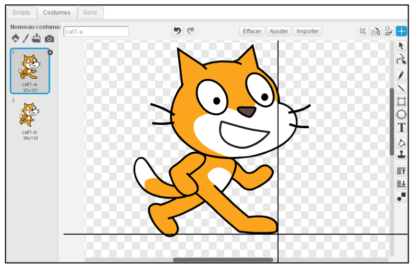
— Les abscisses sont comprises entre $-240$ et 240.

— Les ordonnées sont comprises entre $-180$ et 180.

Ainsi le centre de la scène a pour coordonnées $(0;0)$.

Pour placer un lutin dans la scène, on utilise la brique `aller à x: ( ) y: ( )` dans la catégorie `Mouvement`.

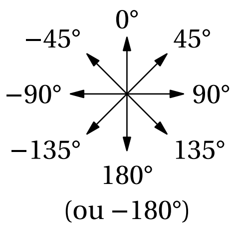
Dans la figure ci-contre le lutin a été placé dans la scène avec la brique `aller à x: (200) y: (−100)`.



Un lutin est constitué de nombreux pixels. Pour savoir quel pixel est placé aux coordonnées de la brique, il faut aller dans la zone `Costumes` et cliquer sur la croix en haut à droite de la zone. Si on souhaite modifier ce pixel de référence, il suffit de cliquer à l'endroit désiré sur le dessin du costume.

Dans la figure ci-contre le pixel référence est l'extrémité du pied droit.

## 2) Orientation




Pour orienter un lutin dans la scène, on utilise la brique `s'orienter à (90▾) degrés` dans la catégorie `Mouvement`.

La brique propose quatre valeurs prédéfinies : (90) à droite; (−90) à gauche; (0) vers le haut; (180) vers le bas. Il est possible de donner n'importe quelle valeur comprise entre −180° et 180°.

## 3) Déplacements

1/ Pour modifier la position du lutin, on peut utiliser les briques :

`ajouter (10) à x` ; `ajouter (10) à x` ; `avancer de (10)`.

Les deux premières modifient respectivement l'abscisse et l'ordonnée. La dernière dépend de l'orientation du lutin expliquée ci-dessous.

2/ On peut aussi modifier l'orientation en cours du lutin à l'aide des briques :

`tourner ↺ de (15) degrés` et `tourner ↻ de (15) degrés`.

Si le lutin ne pivote pas comme attendu, il faut vérifier son style de rotation. En effet, celui-ci peut être défini de trois façons : à 360°; position à gauche ou à droite; ne pivote pas. On utilise la brique `fixer le sens de rotation [▾]`.

## 4) Dessiner

Pour que le lutin laisse une trace à l'écran, on utilise les briques de la catégorie `Stylo` :

`effacer tout` ; `stylo en position d'écriture` ; `relever le stylo`

Comme dans la partie 1), c'est le pixel référence qui laissera une trace à l'écran.

## 5) Répéter

Pour répéter plusieurs fois une ou des briques, on utilise les briques de la catégorie `Contrôle` :

`répéter (4) fois` ; `répéter indéfiniment`

Classe de 3$^e$ le 25/3

**Guide de survie pour Scratch - Partie 2**

## 6) Questions et réponses

Pour qu'un lutin pose une question, on utilise la brique `demander [Quel est votre nom ?] et attendre` dans la catégorie `Capteurs`.

La réponse saisie au clavier par l'utilisateur est placée dans la variable-capteur prédéfinie `réponse`

Il existe d'autres variables-capteurs prédéfinies bonnes à connaître : `souris x` et `souris y` qui donnent la position du pointeur de la souris dans la scène Scratch.

Attention, ces valeurs ne sont plus fiables lorsque le pointeur sort de la scène ! L'abscisse `souris x` est toujours comprise entre −240 et 240 ; l'ordonnée `souris y` est toujours comprise entre −180 et 180.

## 7) Variables

Une variable est une mémoire dans laquelle on peut stocker un nombre ou du texte. Hormis les variable-capteurs déjà citées, il existe d'autres variables prédéfinies. Par exemple dans la catégorie `Mouvement`, on trouve les variables `abscisse x`, `ordonnée y` et `direction` qui contiennent la position et l'orientation du lutin sélectionné.

Dans la catégorie `Apparence`, on trouve `costume #` et `taille` qui donnent le numéro de costume affiché et la taille, en pourcentage, du lutin sélectionné.

On peut également créer ses propres variables dans la catégorie `Données`. Pour cela, cliquer le bouton [Créer une variable], choisir un nom et valider en cliquant [Ok]. La variable créée apparaît alors dans la catégorie `Données` et peut être utilisée comme une variable prédéfinie. La différence est qu'elle ne contient aucune valeur a priori (en fait, elle est initialisée à zéro ; ce qui n'est pas la même chose que « rien » !).

Après sa création, une variable est visible dans la scène. Pour la masquer, on peut faire un clic droit sur la variable affichée dans la scène et choisir « `cacher` », ou bien utiliser le bloc `cacher la variable [toto ▾]`. Pour qu'elle soit à nouveau visible, on peut cocher la case devant la variable dans la catégorie `Données`, ou bien utiliser le bloc `montrer la variable [toto ▾]`.

## 8) Tests

Pour exécuter des briques lorsqu'une certaine condition est satisfaite, on utilise les briques de la catégorie `Contrôle`. La condition est un bloc en forme d'hexagone ; on en trouve dans les catégories `Capteurs` et `Opérateurs`. Voici un exemple avec la variable-capteur prédéfinie `souris pressée ?` et un autre avec une variable `nombre` qui contient... un nombre !

```
si <souris pressée?> alors
    dire [Chat alors !]
fin
```
;
```
si <(nombre) < [0]> alors
    dire [négatif]
sinon
    dire [positif]
fin
```

## 9) Blocs

On peut définir de nouveaux blocs dans la catégorie `Ajouter blocs`. Pour cela, cliquer sur [Créer un bloc], choisir un nom et valider en cliquant [Ok].

Ces nouveaux blocs peuvent recevoir des paramètres (nombres, texte, ...) qui seront utilisés par les instructions de ce bloc. Il faut cliquer sur `Options` au moment de la création, ou bien une fois créé, faire un clic droit sur le nom du bloc et choisir `éditer`.

Dans les exemples ci-dessous, le nouveau bloc `carré1` n'a pas de paramètre ; il trace un carré de côté 50.

Alors que le nouveau bloc `carré2 (taille)` a un paramètre nommé `taille` ; il trace un carré de côté `taille`.

```
définir carré1
répéter (4) fois
    avancer de 50
    tourner ↺ de (90) degrés
fin
```

```
Quand ⚑ est cliqué
effacer tout
relever le stylo
aller à x: (0) y: (0)
s'orienter à (90 ▾) degrés
stylo en position d'écriture
carré1
```

```
définir carré2 (taille)
répéter (4) fois
    avancer de (taille)
    tourner ↺ de (90) degrés
fin
```

```
Quand ⚑ est cliqué
effacer tout
relever le stylo
aller à x: (0) y: (0)
s'orienter à (90 ▾) degrés
stylo en position d'écriture
carré2 (100)
```